九章算術細草圖說

九章算術細草圖說卷五

魏 劉 徽 注

唐朝議大夫行太史令上輕車都尉臣李淳風等奉 敕注釋

鍾祥 李 潢 雲門 譔

商功以御功程積實

今有穿地積一萬尺問爲堅壤各幾何

答曰

爲堅七千五百尺

爲壤一萬二千五百尺

術曰穿地四爲壤五壤謂息土爲堅三堅謂築土爲墟四

壚謂穿坑此皆其常率 以穿地求壤五之求堅三之皆四而一今有術也以壤求穿四之求堅三之皆五而一以堅求穿四之求壤五之皆三而一臣淳風等謹按此術並今有之義也重張穿地積一萬尺為所有數堅率三壤率五各為所求率墟率四為所有率而今有之即得

潢按為築土之為當作謂墟率四之墟當作穿

此問以穿求堅壤也

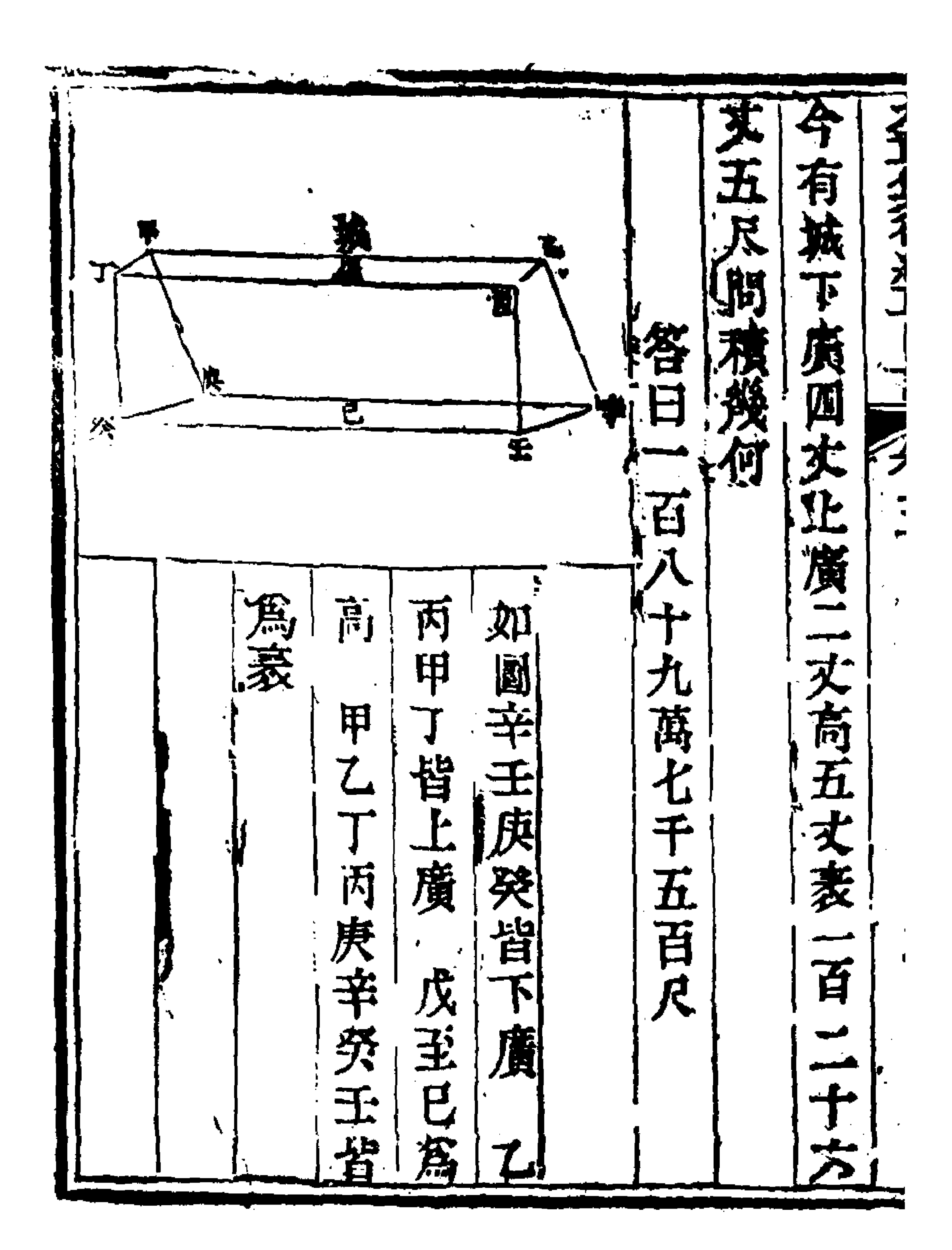
為堅草曰置穿地積一萬尺以堅率三乘之得三萬尺為實以穿率四為法除之得七千五百尺即堅也合問

為壤草曰置穿地積一萬尺以壤率五乘之得五萬尺為實以穿率四為法除之得一萬二千五百尺即壤也合問

城垣隄溝塹渠皆同術

術曰并上下廣而半之損廣補狹以高若深乘之又以袤乘之即積尺按此術并上下廣而半之者以盈補虛得中平之廣以高若深乘之堅率三壤率五各為所求率墟率四為所有率而今有之得一頭之立冪又以袤乘之者得立實之積故為積尺

瀆按注堅率三壤率五各為所求率墟率四為所有率而今有之二十二字衍立實當作立冪



今有城下廣四丈上廣二丈高五丈袤一百二十六丈五尺問積幾何

答曰一百八十九萬七千五百尺

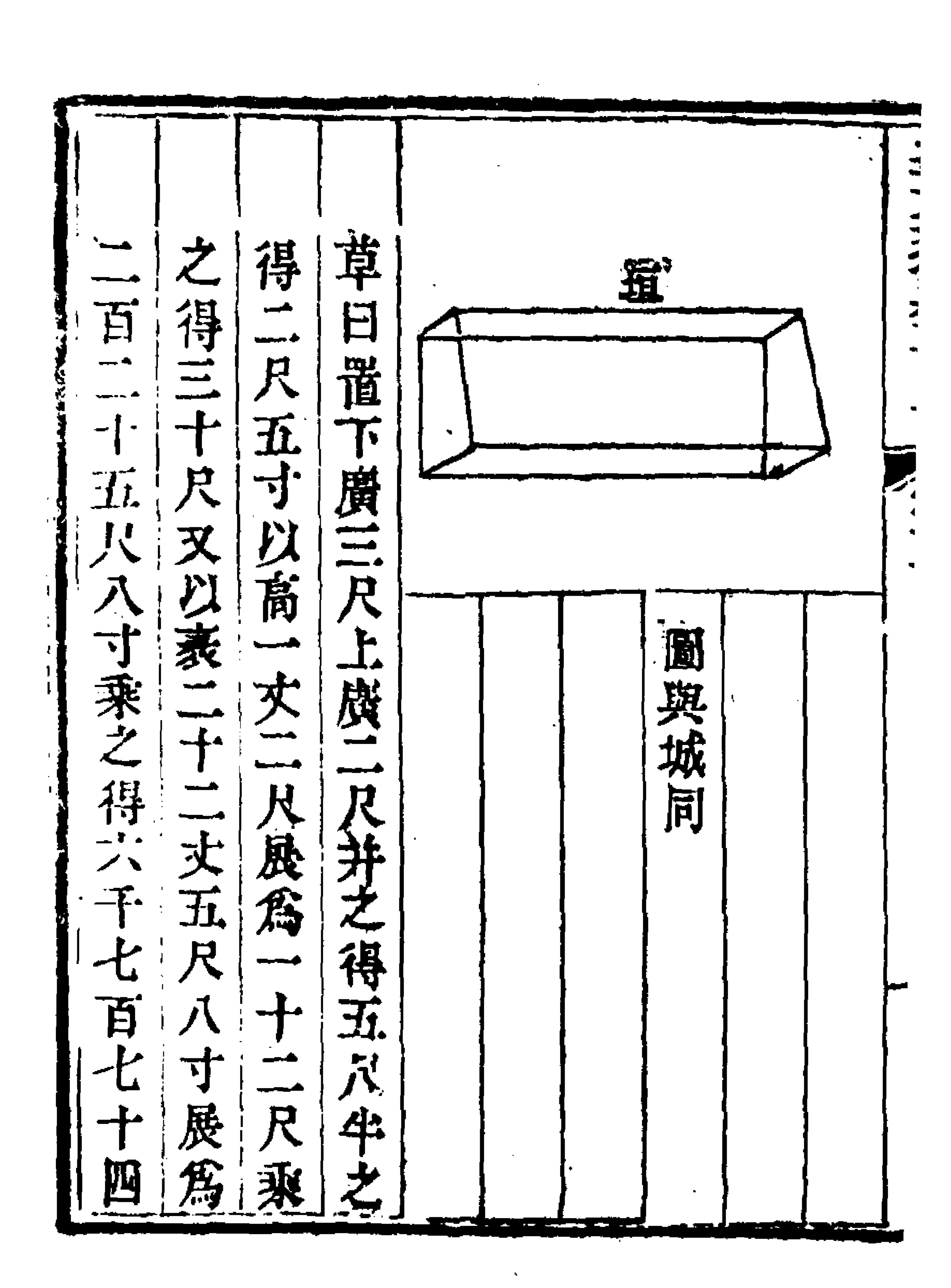
如圖辛壬庚癸皆下廣　乙丙甲丁皆上廣　戊壬巳爲高　甲乙丁丙庚辛癸壬皆爲袤

草曰置下廣四丈上廣二丈并之得六丈半之得三丈展爲三十尺以高五丈展爲五十尺乘之得一千五百尺又以袤一百二十六丈五尺展爲一千二百六十五尺乘之得一百八十九萬七千五百尺卽城積也合問

說曰并上下廣而半之者前法所云以盈補虛得中平之廣故以高乘之又以袤乘之得積

今有垣下廣三尺上廣二尺高一丈二尺袤二十二丈五尺八寸問積幾何

答曰六千七百七十四尺



圖與城同

草曰置下廣三尺上廣二尺并之得五尺半之得二尺五寸以高一丈二尺展爲一十二尺乘之得三十尺又以袤二十二丈五尺八寸展爲二百二十五尺八寸乘之得六千七百七十四

尺即垣積也合問

今有隄下廣二丈上廣八尺高四尺袤一十二丈七尺問積幾何

答曰七千一百一十二尺

隄

如圖乙丁爲下廣　甲丙爲上廣　戊巳爲高　庚丁爲袤

草曰置下廣二丈上廣八尺并之得二丈八尺半之得一丈四尺展爲一十四尺以高四尺乘之得五十六尺又以袤一十二丈七尺展爲一百二十七尺乘之得七千一百一十二尺即隄積也合問

冬程人功四百四十四尺問用徒幾何

答曰一十六人一百一十一分人之二

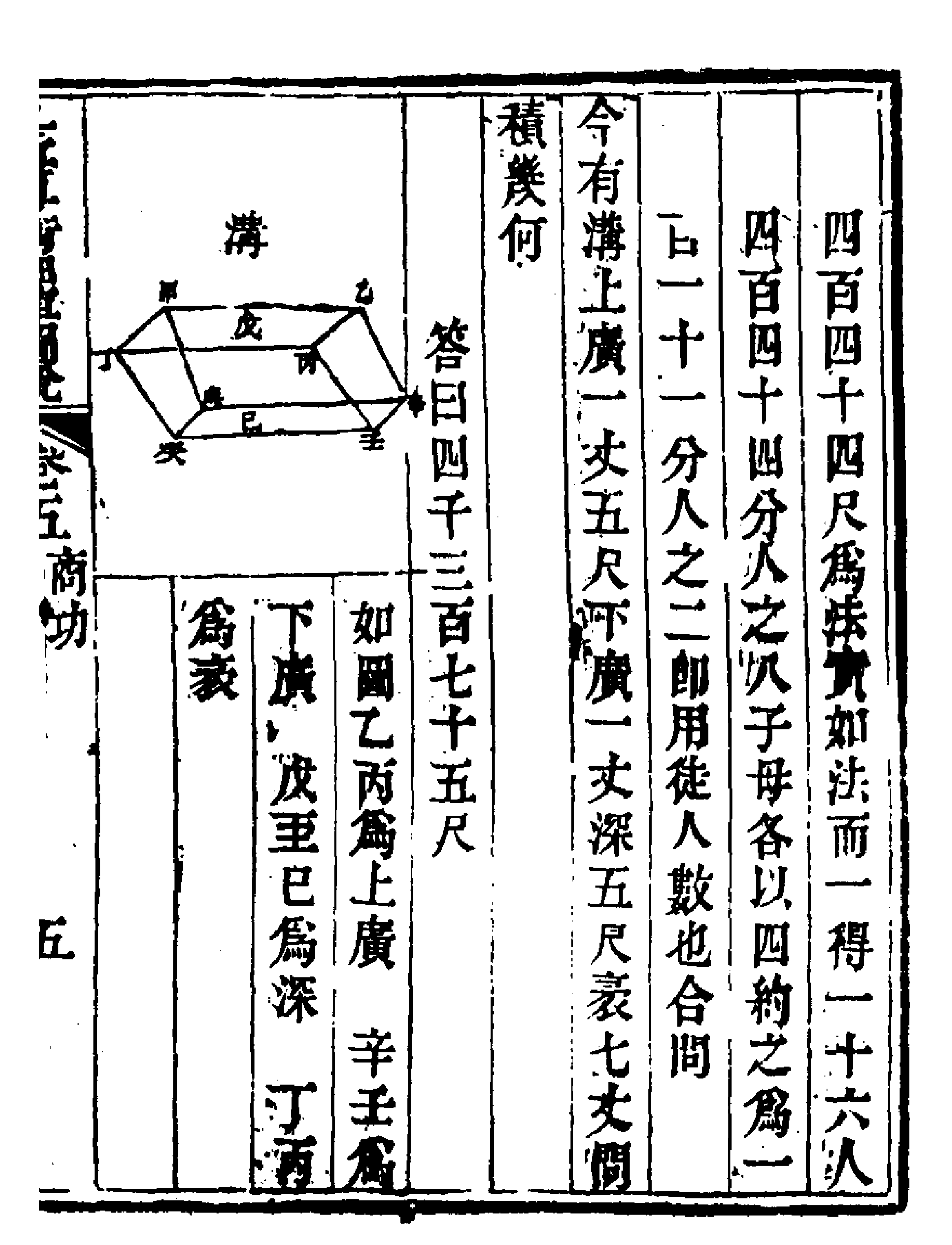
術曰以積尺爲實程功尺數爲法實如法而一即用徒人數

草曰置隄積七千一百一十二尺爲實以程功

四百四十四尺爲法實如法而一得一十六人四百四十四分人之八子母各以四約之爲一百一十一分人之二即用徒人數也合問

今有溝上廣一丈五尺下廣一丈深五尺袤七丈問積幾何

答曰四千三百七十五尺



如圖乙丙爲上廣　辛壬爲下廣　戊壬巳爲深　丁丙爲袤

草曰置上廣一丈五尺下廣一丈并之得二丈五尺半之得一丈二尺五寸展爲一十二尺五寸以深五尺乘之得六十二尺五寸又以袤七丈展爲七十尺乘之得四千三百七十五尺即溝積也合問

春程人功七百六十六尺并出土功五分之四定功六百一十二尺五分尺之四問用徒幾何

答曰七人三千六十四分人之四百二十七

術曰置本人功去其五分之一餘爲法（去其五分之一）

者謂以四乘五除也以溝積尺爲實實如法而一得用徒人數按此術本置人功去其五分之一者謂以四乘之五而一除去出土之功取其定功乃通分內子以爲法以分母乘溝積尺爲實者法裏有分實裏通之實如法而一卽用徒人數此以一人之積尺除其衆尺故用徒人數不盡者等數約之而命分也

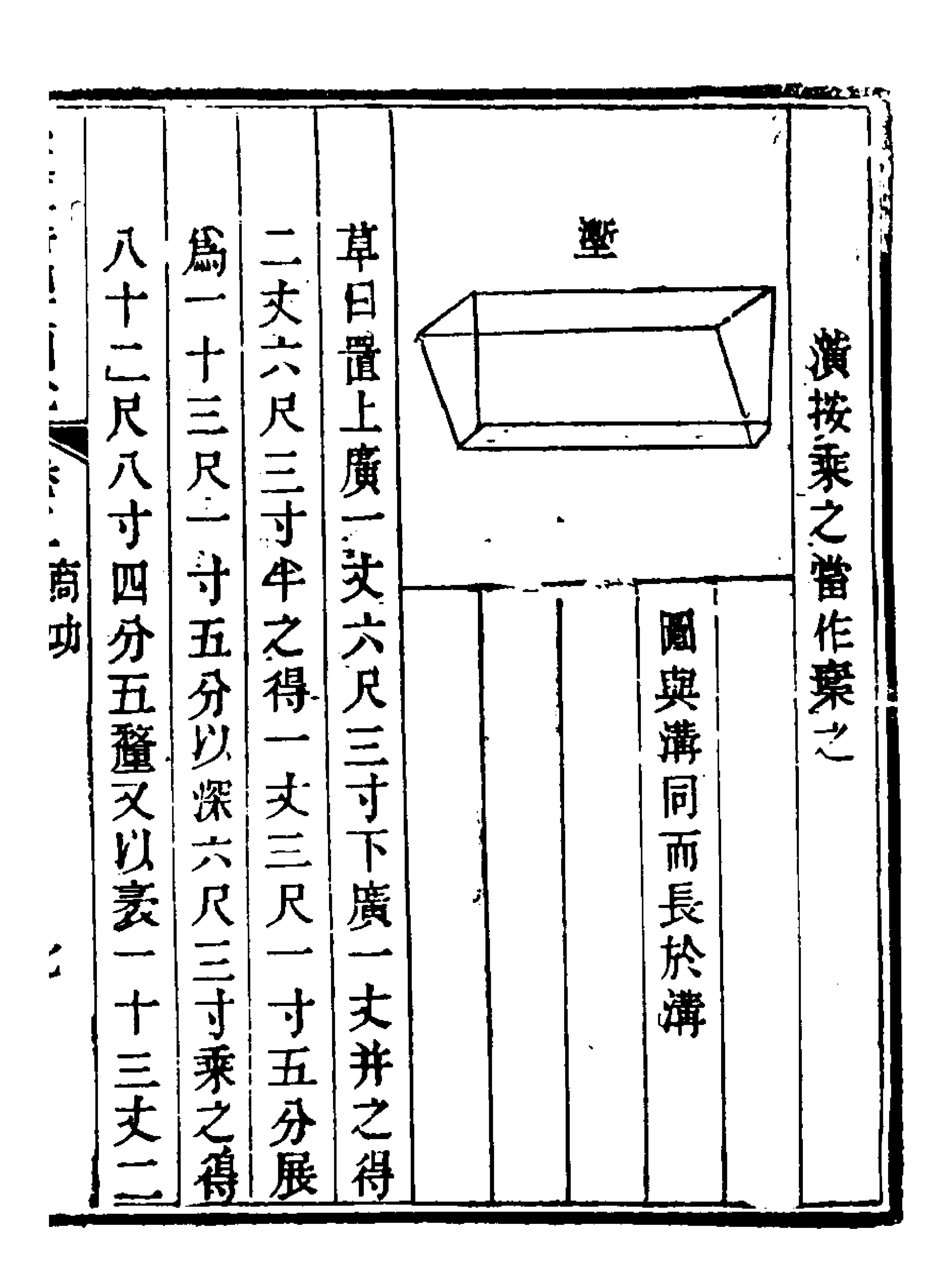
潢按設問并出土功五分之四當作五分之一觀術文及下夏程人功可知注本置人功當作置本人功故用徒人數故字疑是得字之誤或作故得用徒人數亦通

草曰置程功七百六十六尺以出土功分子一減分母五餘四乘之得三千六十四尺以五除

之得六百一十二尺五分尺之四為定功復置定功以五通分內子得三千六十四尺為法置溝積四千三百七十五尺以分母五乘之得二萬一千八百七十五尺為實實如法而一得七人三千六十四分人之四百二十七即用徒人數也合問

今有塹上廣一丈六尺三寸下廣一丈深六尺三寸袤一十三丈二尺一寸問積幾何

答曰一萬九百四十三尺八寸八寸者謂穿地方尺深八寸此積餘有方寸中二分四釐五毫乘之貴欲從易非其常定也



淳按乘之當作棗之

壍

圖與溝同而長於溝

草曰置上廣一丈六尺三寸下廣一丈并之得二丈六尺三寸半之得一丈三尺一寸五分展爲一十三尺一寸五分以深六尺三寸乘之得八十二尺八寸四分五釐又以袤一十三丈二

尺一寸展爲一百三十二尺一寸乘之得一萬九百四十三尺八寸二分四釐五毫其二分四釐五毫棄之得一萬九百四十三尺八寸即塹積也合問

夏程人功八百七十一尺并出土功五分之一沙礫水石之功作太半定功二百三十二尺一十五分尺之四問用徒幾何

答曰四千七人三千四百八十四分人之四百九

術曰置本人功去其出土功五分之一又去沙

磔水石之功太半餘爲法以壍積尺爲實實如

法而一即用徒人數按此術置本人功去其出土功五分之一者謂以四乘五除又去沙磔水石作太半者一乘三除存其少半取其定功乃通分內子以爲法以分母乘壍積尺爲實法裹有分實裹通之實如法而一即用徒人數不盡者等數約之而命分也

草曰置程功八百七十一尺以出土功分子一

減分母五餘四乘之得三千四百八十四尺又

以沙磔水石之功分子二減分母三餘一乘之

仍得三千四百八十四尺爲實次以出土功分

母五乘沙磔水石之功分母三得一十五爲法

除實得二百三十二尺一十五分尺之四爲定

功復置定功以分母一十五通分內子得三千四百八十四尺爲法置壍積一萬九百四十三尺八寸亦以分母一十五乘之得一十六萬四千一百五十七尺爲實實如法而一得四十七人三千四百八十四分人之四百九卽用徒人數也合問

今有穿渠上廣一丈八尺下廣三尺六寸深一丈八尺袤五萬一千八百二十四尺問積幾何

答曰一千七萬四千五百八十五尺六寸

渠

圖同於塹而長於塹

草曰置上廣一丈八尺下廣三尺六寸并之得二丈一尺六寸半之得一丈八寸展爲一十尺八寸以深一丈八尺展爲一十八尺乘之得一

百九十四尺四寸又以袤五萬一千八百二十
四尺乘之得一千七萬四千五百八十五尺六
寸卽渠積也合問

秋程人功三百尺問用徒幾何

答曰三萬三千五百八十二人功內少一
十四尺四寸

草曰置渠積一千七萬四千五百八十五尺六
寸爲實以程功三百尺爲法實如法而一得三
萬三千五百八十一人餘二百八十五尺六寸
以減三百尺餘一十四尺四寸爲所少數亦收

作一人共得三萬三千五百八十二人即用徒人數也合問

一千人先到問當受袤幾何

答曰一百五十四丈三尺二寸八十一分寸之八

術曰以一人功尺數乘先到人數爲實以一千八一日功爲實立幂爲功并渠上下廣而半之以深乘之爲法以渠廣深之立幂爲法實如法得袤尺

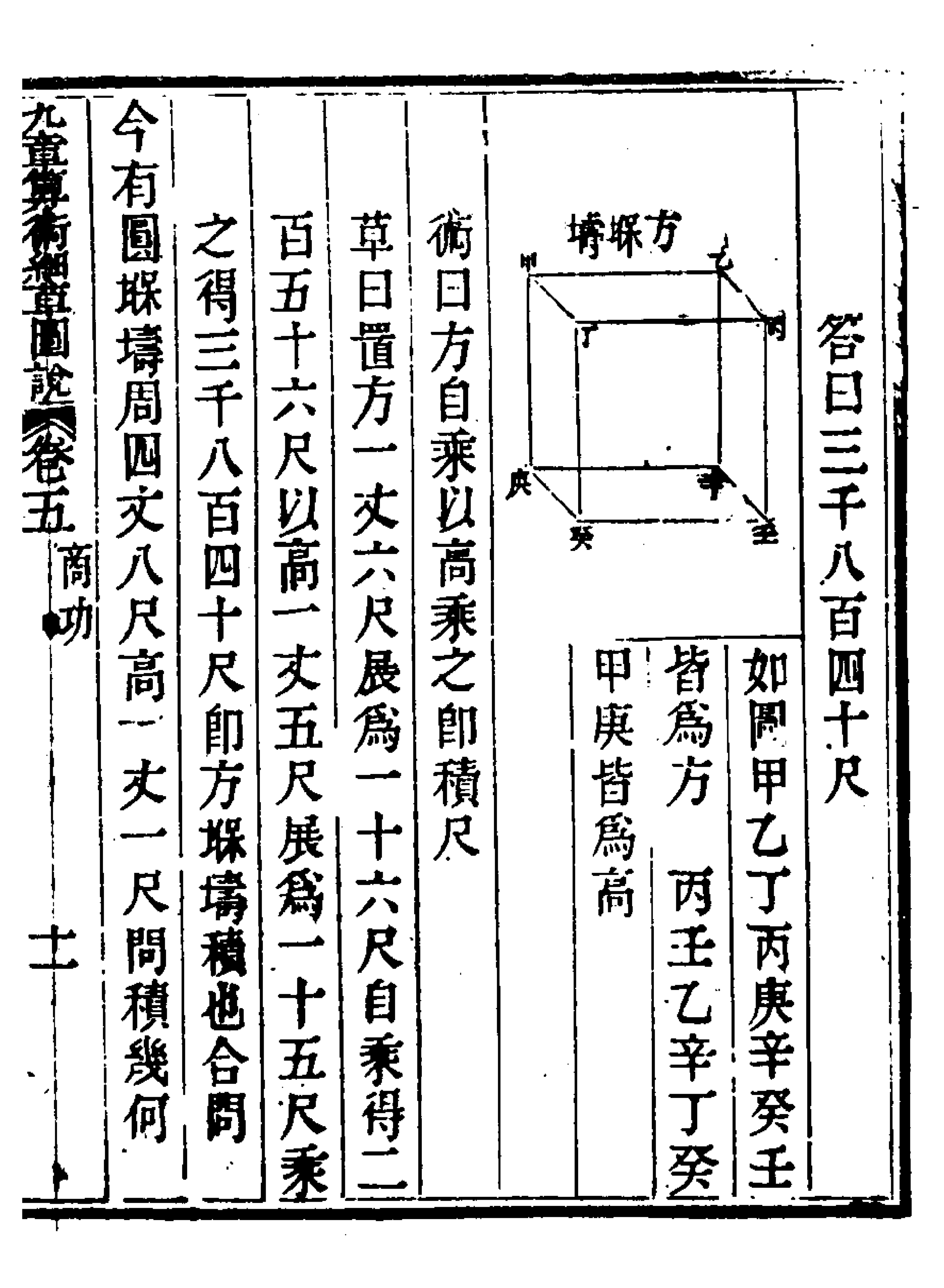
讀按注立幂爲功四字衍觀下注以渠廣深之立幂爲法可知

草曰置先到一千人以一人功三百尺乘之得三十萬尺為實如前穿渠草并上下廣而半之以深乘之得一百九十四尺四寸為法實如法得一千五百四十三尺餘四十尺八寸復以法退除之得二寸一千九百四十四分寸之一百九十二子母各以二十四約之為八十一分寸之八共收作一百五十四丈三尺二寸八十一分寸之八即先到人所受袤也合問

今有方垛壔（垛者垛城也壔音丁老切又音禱謂以土擁木也）方一丈六尺高一丈五尺問積幾何

答曰三千八百四十尺

如圖甲乙丁丙庚辛癸壬皆爲方　丙壬乙辛丁癸甲庚皆爲高



術曰方自乘以高乘之卽積尺

草曰置方一丈六尺展爲一十六尺自乘得二百五十六尺以高一丈五尺展爲一十五尺乘之得三千八百四十尺卽方垜壔積也合問

今有圓垜壔周四丈八尺高一丈一尺問積幾何

答曰二千一百一十二尺於徽術當積二千一十七尺一百五十七分尺之一百三十一　臣淳風等謹按依密率積二千一十六尺

圓堢壔

如圖甲乙壬癸皆爲周

甲壬乙癸皆爲高

術曰周自相乘以高乘之十二而一此章諸術亦以周三徑一爲率皆非也於徽術當以周自乘以高乘之又以二十五乘之三百一十四而一此之圓冪亦如圓田之冪也求冪亦如圓田而以高乘冪也　臣淳風等謹按依密率以七乘之八十八而一

草曰置周四丈八尺展爲四十八尺自乘得二千三百四尺以高一丈一尺展爲一十一尺乘之得二萬五千三百四十四尺十二而一得二千一百一十二尺即圓垜壔積也合問

徽術草曰如前求到二萬五千三百四十四尺又以二十五乘之得六十三萬三千六百尺三百一十四而一得二千一十七尺三百一十四分尺之二百六十二字母各半之爲一百五十七分尺之一百三十一即圓垜壔積也

密率草曰亦如前求到二萬五千三百四十四

尺又以七乘之得一十七萬七千四百八尺八十八而一得二千一十六尺即圓垛壔積也

今有方亭下方五丈上方四丈高五丈問積幾何

答曰一十萬一千六百六十六尺太半尺

如圖丙丁爲上方　壬癸爲下方　戊至己爲高

術曰上下方相乘又各自乘并之以高乘之三而一　此章有塹堵陽馬皆合而成立方蓋說算者乃立基三品以效高深之積假令方亭

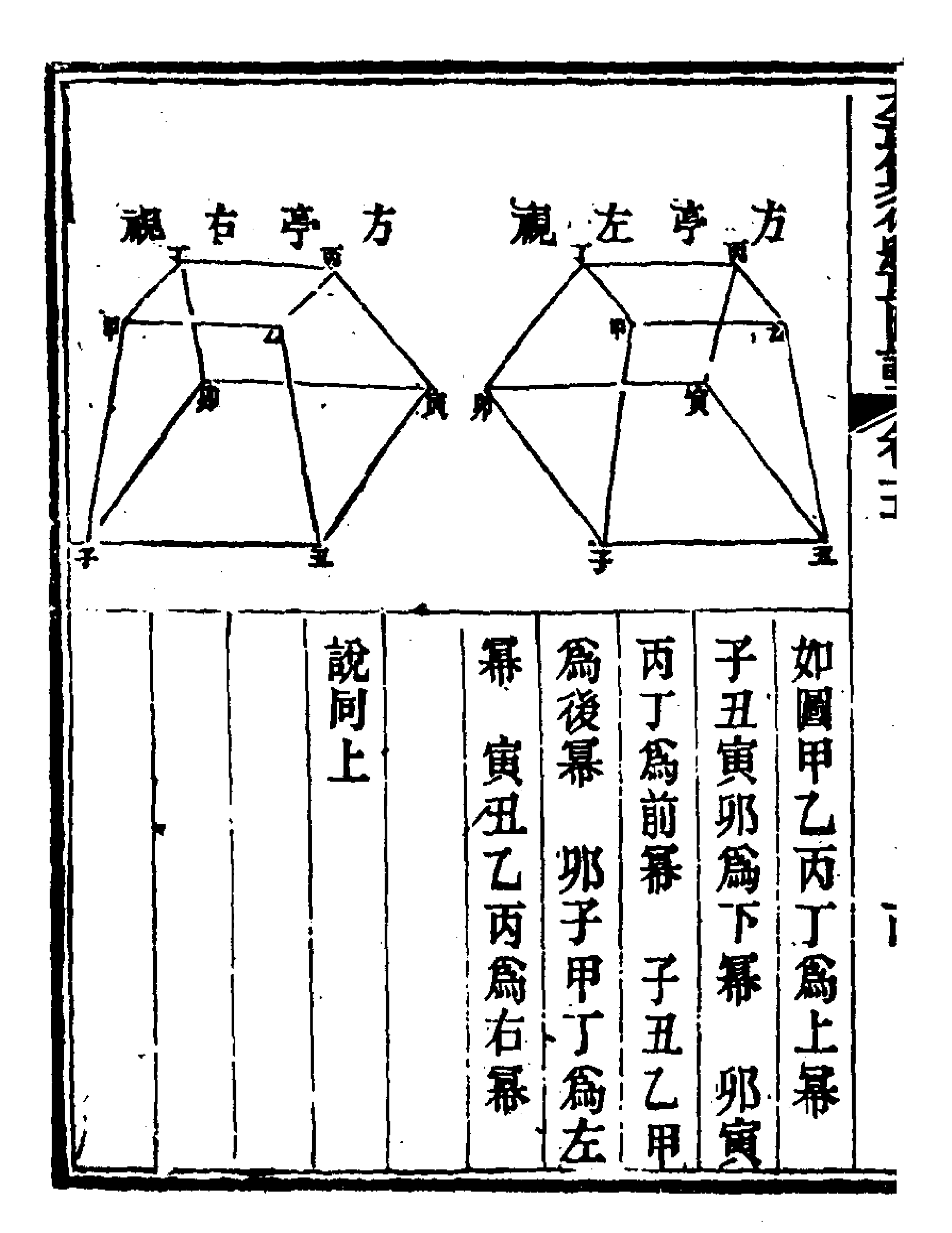
上方一尺下方三尺高一尺其用棊也中央立方一四面塹堵四四角陽馬四上下方相乘爲三尺以高乘之爲積三尺是爲得中央立方一四面塹堵各一上方自乘亦得中央立方一下方自乘爲九以高乘之得積九尺是爲中央立方一四面塹堵各二四角陽馬各三也上方自乘以高乘之得積一尺又爲中央立方一凡三品棊皆一而爲三故三而一得積尺用棊之數立方三塹堵陽馬各十二凡二十七棊十二與三更差次之而成方亭者三驗矣爲術又可令方差自乘以高乘之三而一即四陽馬也上下方相乘以高乘之即中央立方及四面塹堵也并之以爲方亭積數也

潢按注上方自乘亦得中央立方十一字衍觀下文上方自乘以高乘之得積一尺又爲中央立方一可知設問先下方而後上方故注亦先

言下方自乘以高乘之後言上方自乘以高乘
之也
草曰置下方五丈展爲五十尺上方四丈展爲
四十尺以相乘得二千尺於上位又置下方五
十尺自乘得二千五百尺於中位又以上方四
十尺自乘得一千六百尺於下位三位相并得
六千一百尺以高五丈展爲五十尺乘之得三
十萬五千尺三而一得一十萬一千六百六十
六尺三分尺之二爲太半尺卽方亭積也合問
注爲術草曰置下方五十尺以上方四十尺減

之餘一十尺爲上下方差自乘得一百尺以高五十尺乘之得五千尺三而一得一千六百六十六尺三分尺之二卽四陽馬積也置上方四十尺下方五十尺相乘得二千尺以高五十尺乘之得一十萬尺卽中央立方及四面壍堵積也并之得一十萬一千六百六十六尺三分尺之二以爲方亭積數也

試曰注云其用棊也中央立方一四面壍堵四四角陽馬四凡所謂解之以棊者今悉具圖於後

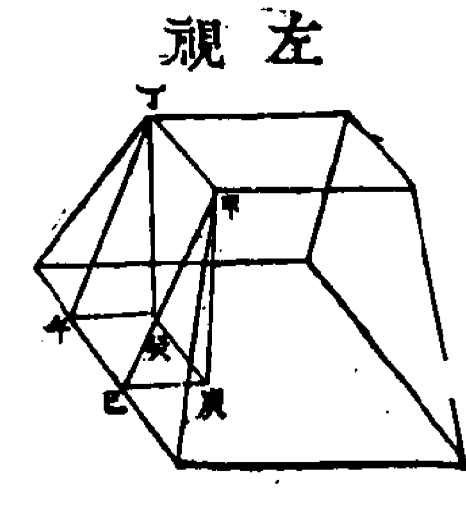


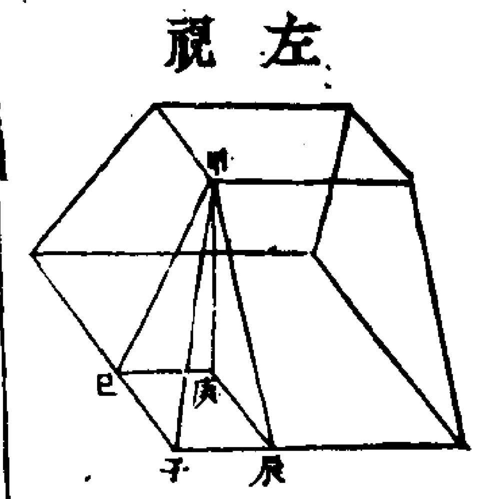
如圖甲乙丙丁爲上冪　子丑寅卯爲下冪　卯寅丙丁爲前冪　子丑乙甲爲後冪　卯子甲丁爲左冪　寅丑乙丙爲右冪

說同上

左視　　左視

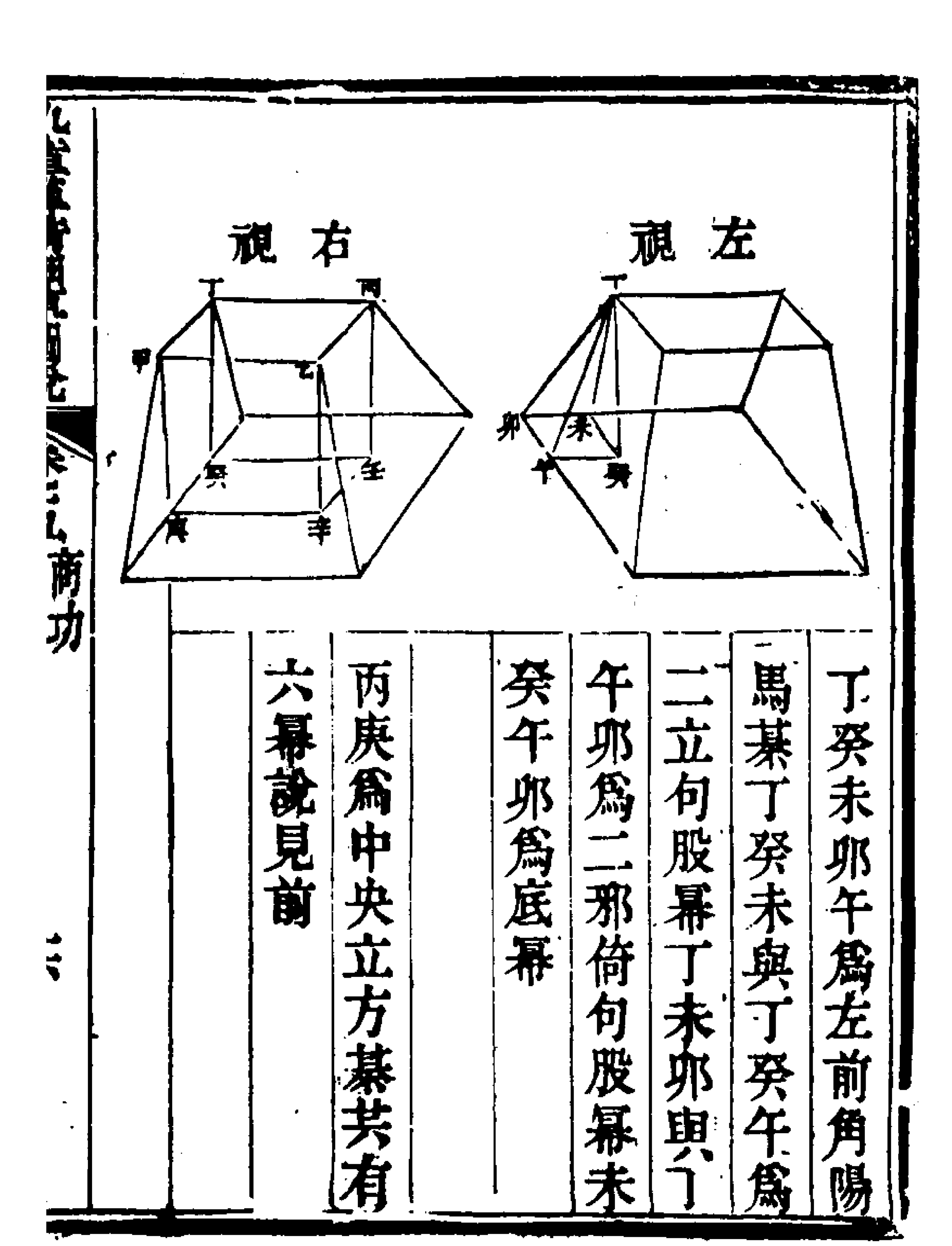
丁辛為中央立方某甲乙丙丁為上冪庚辛壬癸為下冪癸壬丙丁為前冪庚辛乙甲為後冪癸庚甲丁為左冪壬辛乙丙為右冪甲乙丑辛庚辰為後面壍堵某甲乙辛庚為立冪甲乙丑辰為邪冪乙辛丑與甲庚辰為兩旁句股冪庚辛丑辰為底冪





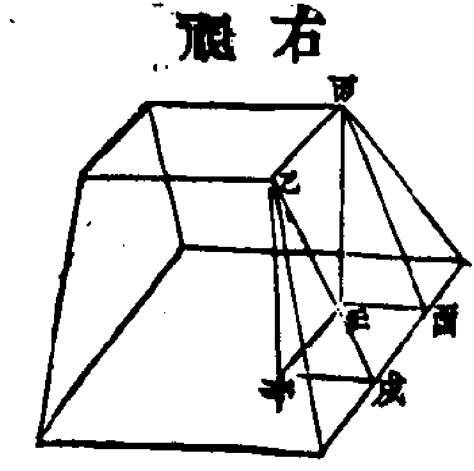
丁甲庚癸午巳為左面塹堵綦丁甲庚癸為立冪丁甲巳午為邪冪甲庚巳與丁癸午為兩旁句股冪癸庚巳午為底冪

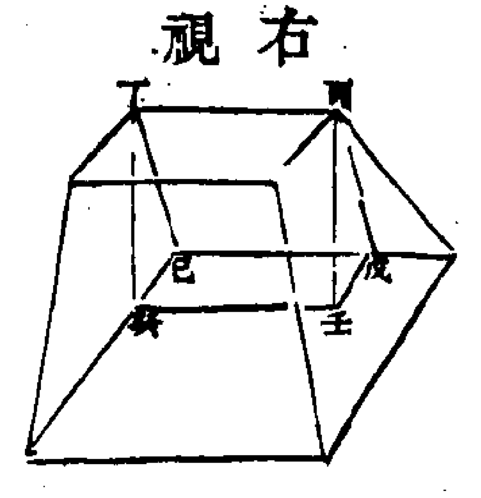
甲辰庚巳子為左後角陽馬綦甲庚辰與甲庚巳為二立句股冪甲辰子與甲巳子為二邪倚句股冪庚辰子巳為底冪



丁癸未卯午爲左前角陽馬綦丁癸未與丁癸午爲二立句股幂丁未卯與丁午卯爲二邪倚句股幂未癸午卯爲底幂

丙庚爲中央立方綦共有六幂說見前





乙丙酉壬辛戊爲右面塹堵幂丙乙辛壬爲立幂丙乙戊酉爲邪幂丙壬酉與乙辛戊爲兩旁句股幂酉戊辛壬爲底幂

丁丙戊壬癸巳爲前面塹堵幂丁丙壬癸爲立幂丁丙戊巳爲邪幂丙壬戊與丁癸巳爲兩旁句股幂戊壬癸巳爲底幂

右視　　右視

乙辛戊丑亥爲右後角陽馬棊乙辛戊與乙辛亥爲二立句股冪乙戊丑與乙亥丑爲二邪倚句股冪戊丑亥辛爲底冪

丙壬酉寅戊爲右前角陽馬棊丙壬戊與丙壬酉爲二立句股冪丙寅戊與丙寅酉爲二邪倚句股冪寅酉壬戊爲底冪

今有圓亭下周三丈上周二丈高一丈問積幾何

答曰五百二十七尺九分尺之七 於徽術當積五百四尺四百七十一分尺之一百一十六也 按密率爲積五百三尺三十三分尺之二十六

圓亭

甲 乙 戊 己 庚 辛

如圖庚辛爲下周 甲乙爲上周 戊至己爲高

術曰上下周相乘又各自乘并之以高乘之三十六而一 此術周三徑一之義合以三除上下周各爲上下徑以相乘又各自乘并

以高乘之三而一爲方亭之積假令三約上下周俱不盡還通之即各爲上下徑令上下徑分母相乘又各自乘并以高乘之爲三方亭之積此合分母三相乘得九分母各自乘亦得九爲法除之又三而一得方亭之積從方亭求圓亭之積亦猶方冪中求圓冪乃令圓率三乘之方率四而一得圓亭之積前求方亭之積乃以三而一今求圓亭之積亦各三乘之二母既同故相準折惟以方冪四乘分母九得三十六而連除之於徽術當上下周相乘又各自乘并以高乘之又二十五乘之九百四十二而一此方亭四角圓殺比於方亭二百分之一百五十七爲術之意先作方亭三而一則此據上下徑爲之者當又以一百五十七乘之六百而一也今據周爲之若於圓[illegible]壔又以二十五乘之三百一十四而一則先得三圓亭矣故以三乘百一十四爲九百四十二而并除之臣淳風等謹按依密率以七乘之二百六十四而一

潢按注令上下徑分母相乘分母二字衍又按

大典及宋本爲三方亭之積下有分字無分母各自乘亦得九八字亦各三乘之各當作令或作合亦通此方亭四角圓殺方亭當作圓亭

草曰置下周三丈展爲三十尺上周二丈展爲二十尺以相乘得六百尺於上位又置下周三十尺自乘得九百尺於中位又置上周二十尺自乘得四百尺於下位三位相并得一千九百尺以高一丈展爲一十尺乘之得一萬九千尺三十六而一得五百二十七尺三十六分尺之二十八子母各以四約之爲九分尺之七卽圓

亭積也合問

徽術草曰如前求到一萬九千尺又以二十五乘之得四十七萬五千尺九百四十二而一得五百四尺九百四十二分尺之二百三十二子母各半之爲四百七十一分尺之一百一十六即圓亭積也

密率草曰如前求到一萬九千尺以七乘之得一十三萬三千尺二百六十四而一得五百三尺二百六十四分尺之二百八子母各以八約之爲三十三分尺之二十六即圓亭積也

今有方錐下方二丈七尺高二丈九尺問積幾何

荅曰七千四十七尺

如圖庚辛爲下方　甲乙爲高

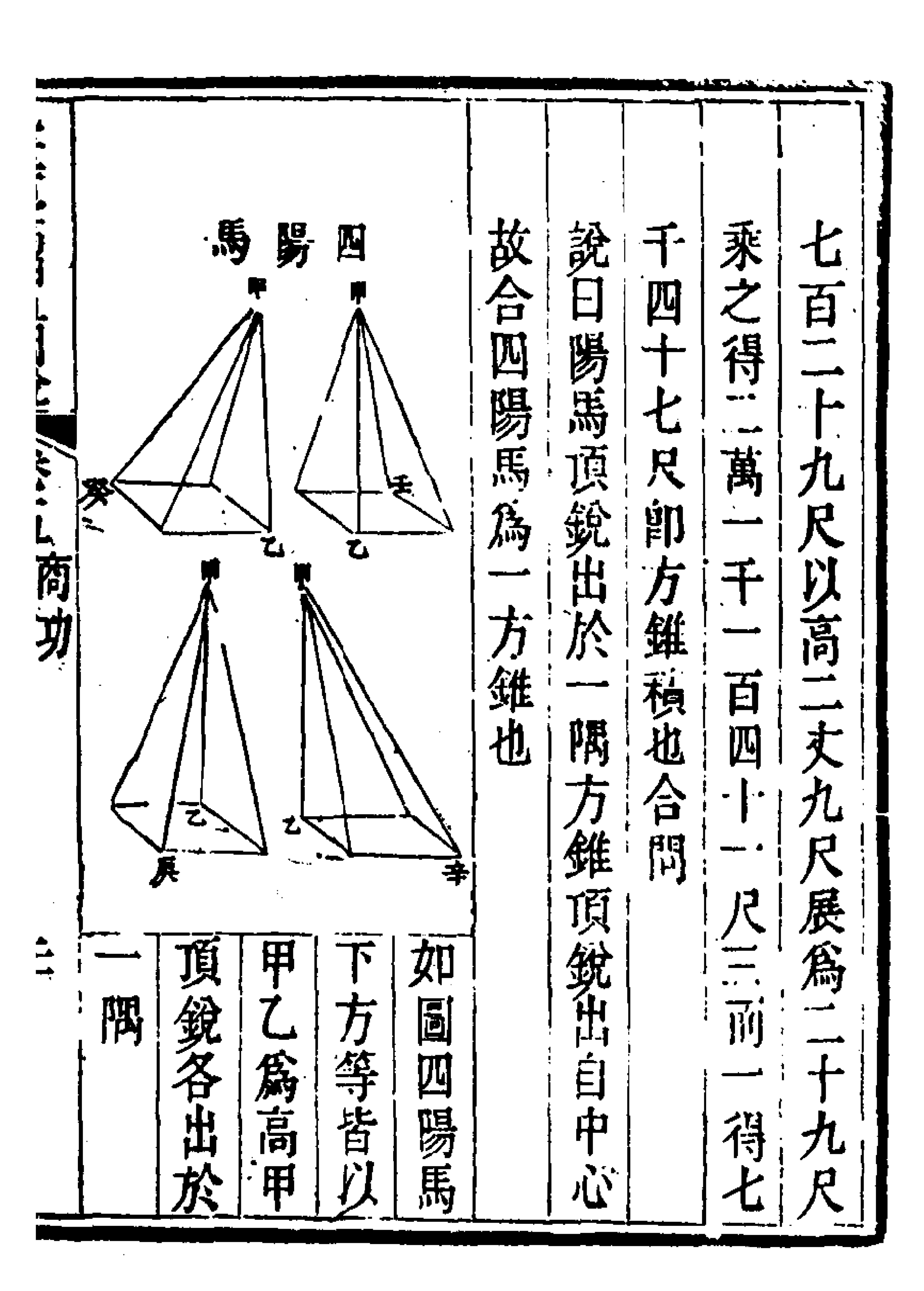
術曰下方自乘以高乘之三而一　按此術假令方錐下方二尺高一尺即四陽馬如術爲之用十二陽馬成三方錐故三而一得陽馬也

演按注得陽馬也陽馬當作方錐

草曰置下方二丈七尺展爲二十七尺自乘得

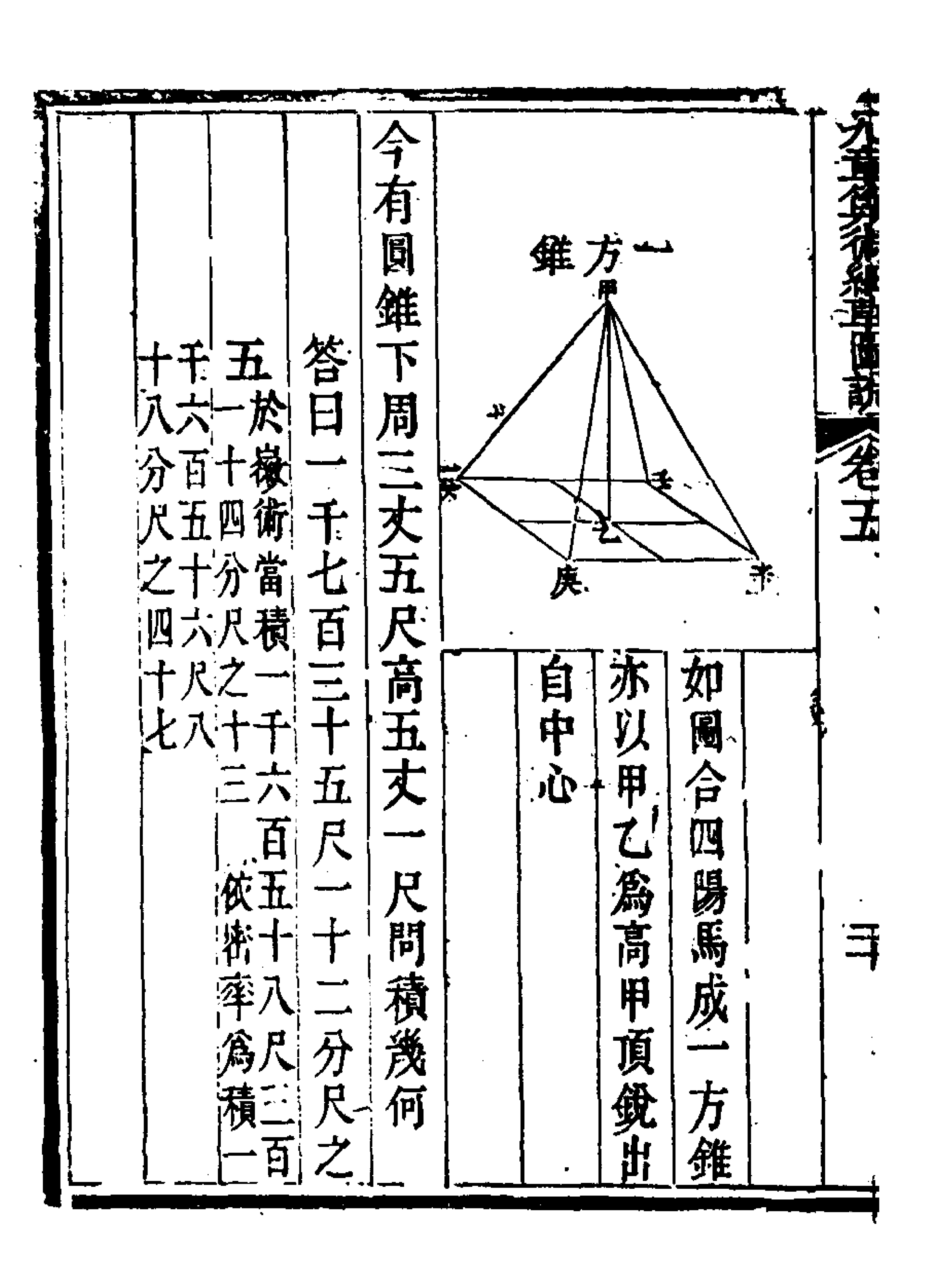
七百二十九尺以高二丈九尺展爲二十九尺乘之得二萬一千一百四十一尺三而一得七千四十七尺即方錐積也合問

說曰陽馬頂銳出於一隅方錐頂銳出自中心故合四陽馬爲一方錐也



如圖四陽馬下方等皆以甲乙爲高甲頂銳各出於一隅

如圖合四陽馬成一方錐亦以甲乙為高甲頂銳出自中心



今有圓錐下周三丈五尺高五丈一尺問積幾何

答曰一千七百三十五尺一十二分尺之五 於徽術當積一千六百五十八尺三百一十四分尺之十三 依密率為積一千六百五十六尺八十八分尺之四十七

如圖庚辛爲下周 甲至乙爲高

術曰下周自乘以高乘之三十六而一按此術圓錐下周以爲方錐下方方錐下方令自乘以高乘之合三而一得大錐方方之積大錐方之積合十二圓矣今求一圓復合十二除之故令三乘十二得三十六而連除於徽術當下周自乘以高乘之又以二十五乘之九百四十二而一圓錐比於方錐亦二百分之一百五十七令徑自乘者亦當以一百五十七乘之六百而一其說如圓亭也　臣淳風等謹按依密率以七乘之二百六十四而一

濆按注中兩大錐方皆大方錐之誤

草曰置下周三丈五尺展爲三十五尺自乘得一千二百二十五尺以高五丈一尺展爲五十一尺乘之得六萬二千四百七十五尺三十六而一得一千七百三十五尺三十六分尺之一十五子母各以三約之爲一十二分尺之五卽圓錐積也合問

徽術草曰如前求到六萬二千四百七十五尺又以二十五乘之得一百五十六萬一千八百七十五尺九百四十二而一得一千六百五十

八尺九百四十二分尺之三十九子母各以三
約之爲三百一十四分尺之十三卽圓錐積也
術草曰如前求到六萬二千四百七十五尺
又以七乘之得四十三萬七千三百二十五尺
二百六十四而一得一千六百五十六尺二百
六十四分尺之一百四十一子母各以三約之
爲八十八分尺之四十七卽圓錐積也
今有壍堵下廣二丈袤一十八丈六尺高二丈五尺
問積幾何
答曰四萬六千五百尺

如圖癸庚爲下廣　庚辛爲袤　乙辛爲高

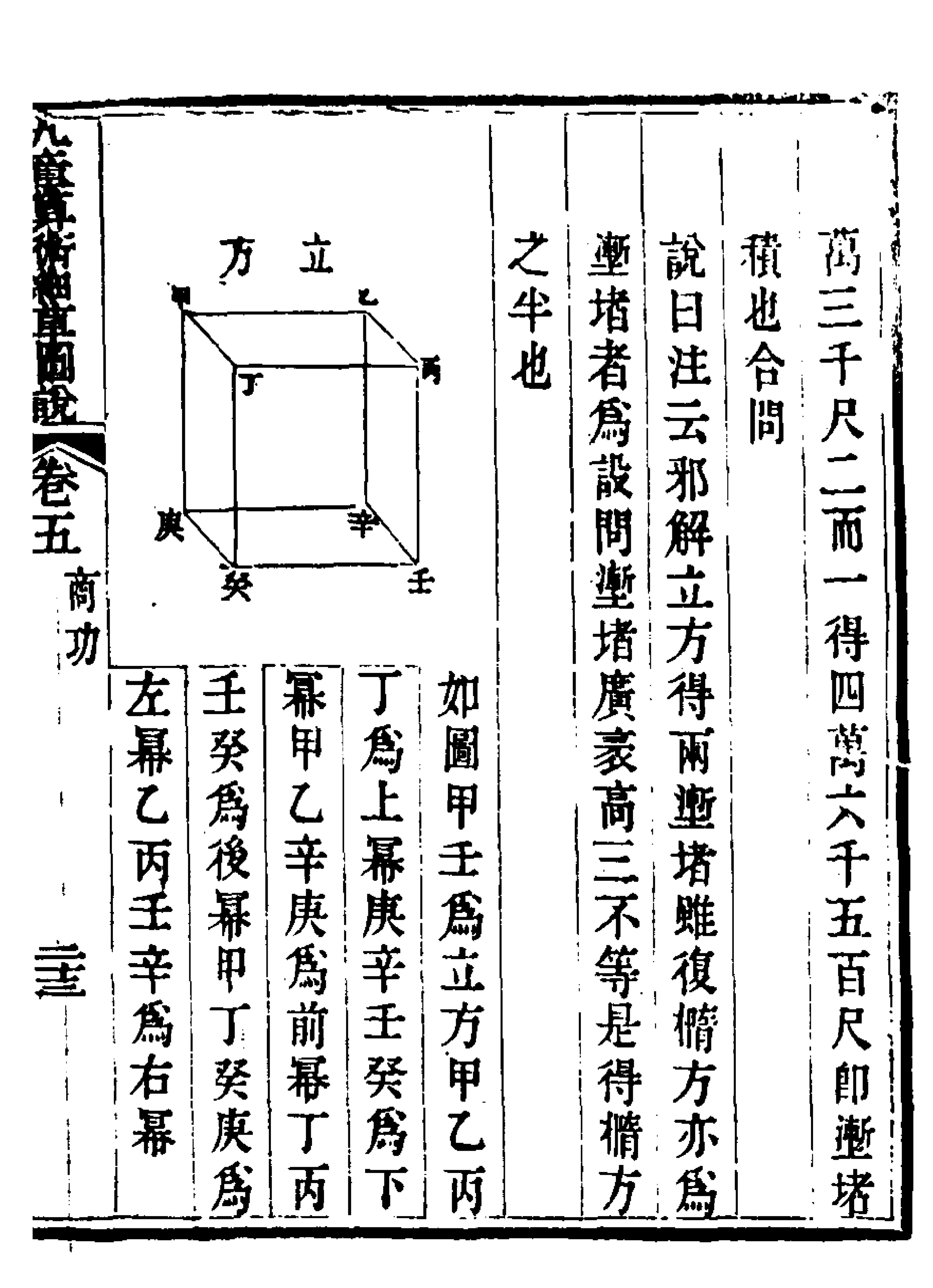
塹堵

術曰廣袤相乘以高乘之二而一邪解立方得兩塹堵雖復椭方亦爲塹堵故二而一此則合所規冪推其物體蓋爲塹上疊也其形如城而無上廣與所規棊形異而同實未聞所以名之爲塹堵之說也

草曰置下廣二丈展爲二十尺袤一十八丈六尺展爲一百八十六尺以相乘得三千七百二十尺以高二丈五尺展爲二十五尺乘之得九

萬三千尺二而一得四萬六千五百尺即塹堵積也合問

說曰注云邪解立方得兩塹堵雖復椭方亦爲塹堵者爲設問塹堵廣袤高三不等是得椭方之半也



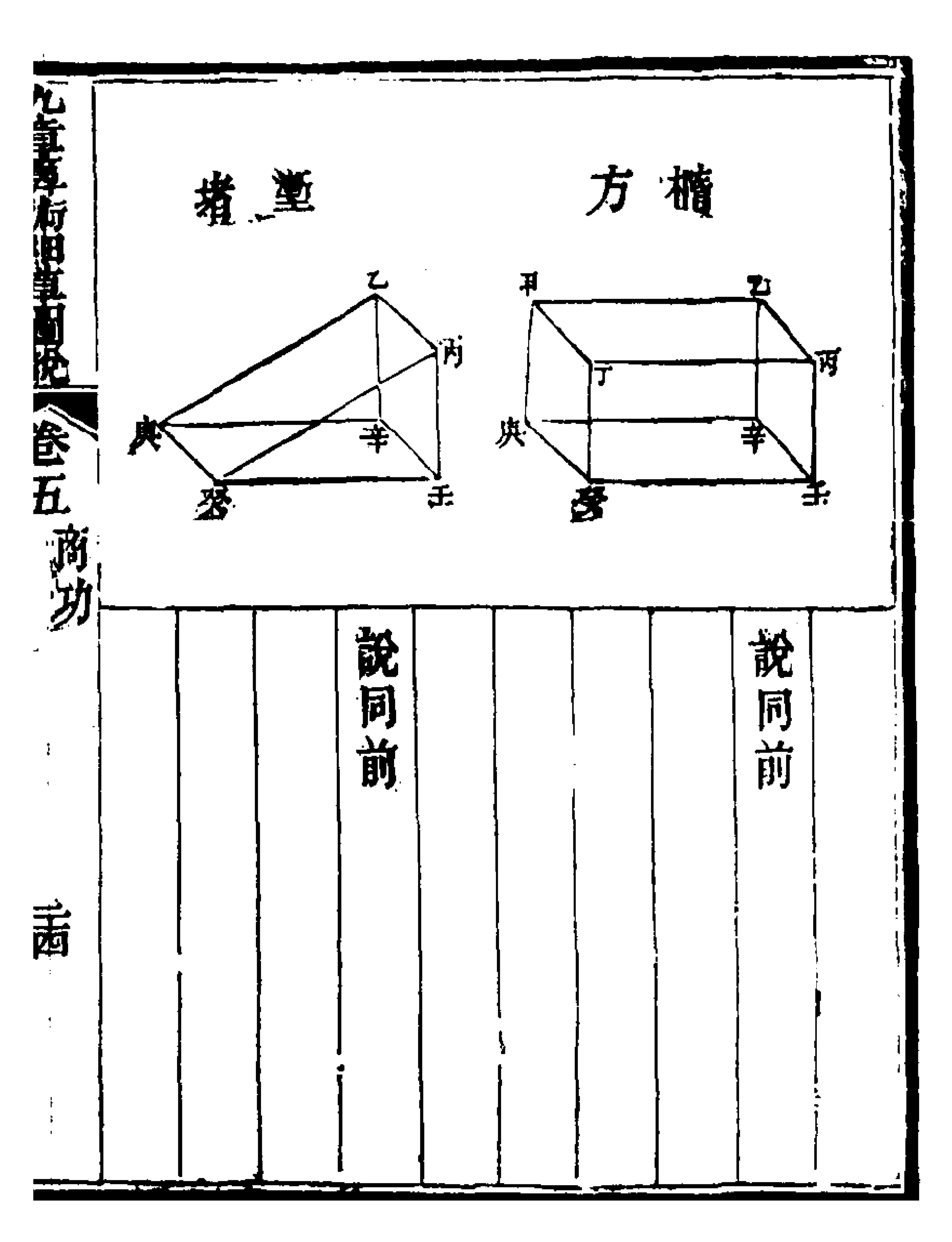
如圖甲壬爲立方甲乙丙丁爲上冪庚辛壬癸爲下冪甲乙辛庚爲前冪丁丙壬癸爲後冪甲丁癸庚爲左冪乙丙壬辛爲右冪

塹堵

塹堵

邪解立方得兩塹堵其一塹堵有乙丙壬辛右冪庚辛壬癸下冪乙辛庚與丙壬癸前後兩立句股冪乙丙癸庚仰㸌冪

又一塹堵有甲乙丙丁上冪甲丁癸庚左冪乙甲庚與丙丁癸前後兩倒句股冪乙丙癸庚俯㸌冪



說同前

說同前

塹堵

說同前觀此可知𢸇方所分之二塹堵與立方所分之二塹堵形異而實同也

今有陽馬廣五尺袤七尺高八尺問積幾何

答曰九十三尺少半尺

陽馬

如圖辛壬爲廣　癸壬爲袤　丙壬爲高

術曰廣袤相乘以高乘之三而一按此術陽馬之形方錐一隅也今謂四柱屋隅為陽馬假令廣袤各一尺高一尺相乘之得立方積一尺邪解立方得兩塹堵邪解塹堵其一為陽馬一為鼈臑陽馬居二鼈臑居一不易之率也合兩鼈臑成一陽馬合三陽馬而成一立方故三而一驗之以棊其形露矣悉割陽馬凡為六鼈臑觀其割分則體勢互通蓋易了也其棊或脩短或廣狹立方不等者亦割分以為六鼈臑其形不悉相似然見數同積實均也鼈臑殊形陽馬異體則不純合不純合則難為之矣何則按邪解方棊以為塹堵者必當以半為分邪解塹堵以為陽馬者亦必當以半為分一從一橫耳設陽馬為分內鼈臑為分外棊雖或隨脩短廣狹猶有此分常率如殊形異體亦同也者以此而已其使鼈臑廣袤各高二尺用塹堵鼈臑之棊各二皆用赤棊又使陽馬之廣袤高各二尺用立方之棊一塹堵陽馬之棊各二皆用黑棊棊之赤黑接為塹堵廣袤高各二尺於是中效其廣又中分其

高令赤黑塹堵各自適當一方高二尺方二尺
每二分鼈臑則一陽馬也其餘兩端各積本體
合成一方焉是爲別種而方者率居三通其體
而方者率居一雖方隨某改而固有常然之勢
也按餘數具而可知者有一二分之別即一二
之爲率定矣其於理也豈虛矣若爲數而窮之
置餘廣袤高之數各半之則四分之三又可知
也半之彌少其餘彌細至細曰微微則無形由
是言之安取餘哉數而求窮之者謂以情推不
用籌算鼈臑之物不同器用陽馬之形或隨脩
短廣狹然不有鼈臑無以審陽馬之數不
有陽馬無以知方亭之數功實之主也
草曰置廣五尺以袤七尺乘之得三十五尺以
高八尺乘之得二百八十尺三而一得九十三
尺三分尺之一爲少半尺即陽馬積也合問
說曰注云陽馬之形方錐一隅也者合四陽馬

爲一方錐也圖說見方錐術云今謂四柱屋隅爲陽馬者何晏景福殿賦承以陽馬張協七命陽馬承阿是也云假令廣袤各一尺高一尺相乘之之字衍云邪解立方得兩塹堵圖說見塹堵術云邪解塹堵其一爲陽馬一爲鼈臑陽馬居二鼈臑居一不易之率也具圖於后

塹堵

如圖丙乙辛庚癸壬爲塹堵自丙解至庚分丙乙辛壬立冪爲二一爲陽馬一爲鼈臑

陽馬

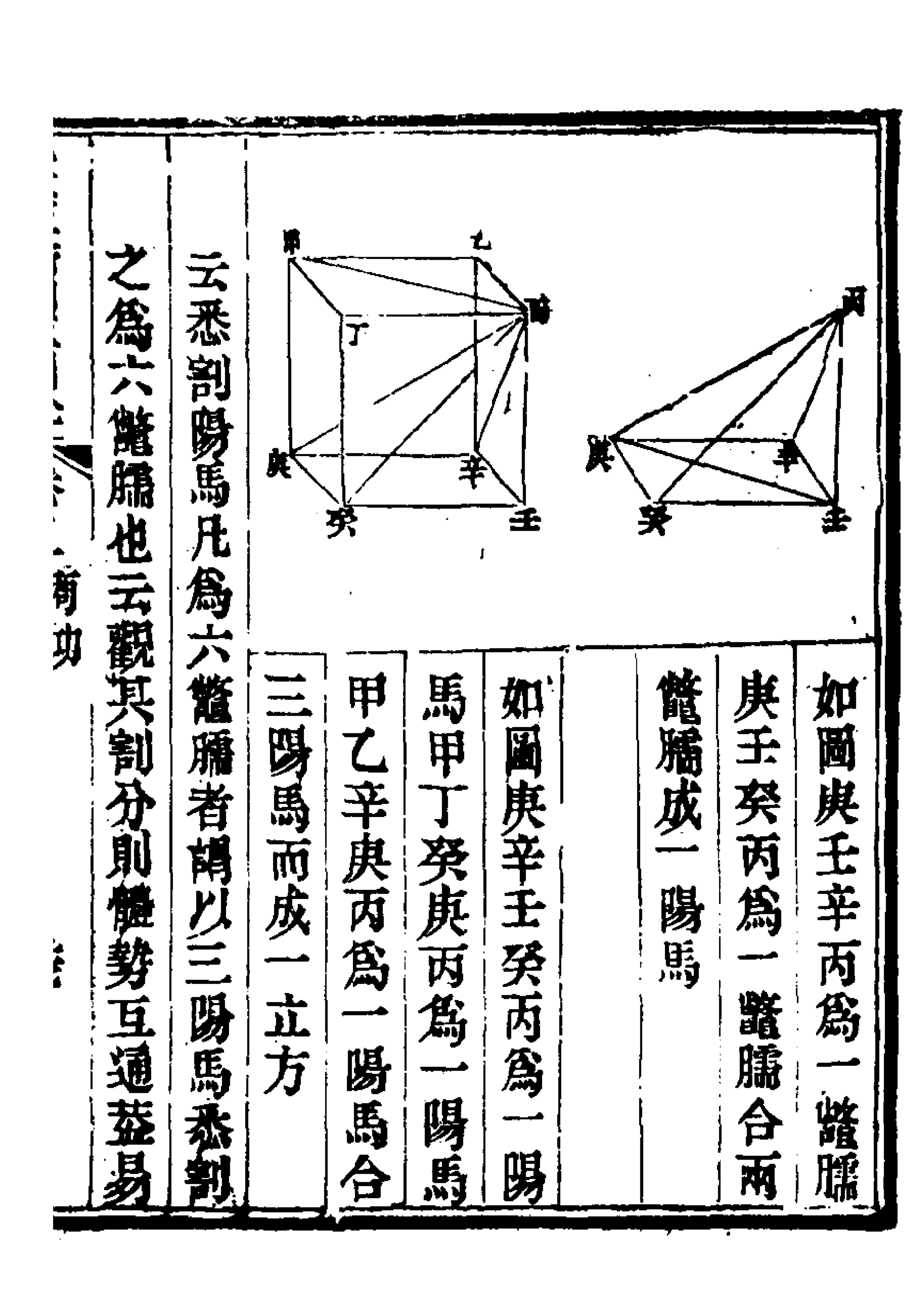
鼈臑

陽馬有庚辛壬癸下冪丙壬辛與丙壬癸二立句股冪丙癸庚與丙辛庚二邪倚句股冪

鼈臑有丙乙辛與乙辛庚二顛倒句股冪有丙乙庚與丙辛庚二邪冪

云合兩鼈臑成一陽馬合三陽馬而成一立方

具圖於后



如圖庚壬辛丙爲一鼈臑庚壬癸丙爲一鼈臑合兩鼈臑成一陽馬

如圖庚辛壬癸丙爲一陽馬甲丁癸庚丙爲一陽馬甲乙辛庚丙爲一陽馬合三陽馬而成一立方

云悉割陽馬凡爲六鼈臑者謂以三陽馬悉割之爲六鼈臑也云觀其割分則體勢互通蓋易

丁也者謂立方廣袤高參等者也云其棊或脩短或廣狹立方不等者壍堵術注所謂構方者是也云亦割分以爲六鼈臑其形不悉相似然見數同積實均也者置此立方不等之棊或就廣袤相乘冪邪解之或就廣高相乘冪與袤高相乘冪邪解之則壍堵之形不等更置此壍堵悉割之爲六鼈臑其形亦不相似然其積則同爲立方六分之一故曰見數同積實均也云鼈臑殊形然陽馬異體則不純合然字衍則字疑誤云按邪解方棊以爲壍堵者必當以半爲分

邪解壍堵以為陽馬者亦必當以半為分一從一橫耳者從解方棊以為壍堵則橫解壍堵以為陽馬橫解方棊以為壍堵則從解壍堵以為陽馬皆當以半為分也云設陽馬為分內棊鼈臑為分外棊原本分內下脫棊字云雖或隨脩短廣狹猶有此分常率者即上文所云陽馬居二鼈臑居一不易之常率也云如殊形異體亦同也者申言鼈臑殊形陽馬異體莫不總合之理也云其使鼈臑廣袤高各二尺堊爾固有常然之勢也者以亦棊四黑棊五次成立方者四

申明陽馬居二鼈臑居一之理也原本作其使鼈臑廣袤各高二尺各高爲高各之誤赤棊四者壍堵二鼈臑二也黑棊五者立方一壍堵二陽馬二也云棊之赤黑接爲壍堵者各以一赤鼈臑接一黑陽馬得二壍堵合成一方也云於是中效其廣又中分其高令赤黑壍堵各自適當一方高二尺方二尺每二分鼈臑則一陽馬也者以赤黑壍堵棊各一割之爲六鼈臑合之仍爲一立方也云其餘兩棊各積本體合成一方焉者以所餘赤黑壍堵棊各一合之又成一

立方也兩棊原本誤作兩端云是爲别種而方者率居三通其體而方者率居一者各以一赤鼈臑接一黑陽馬爲二塹堵合之成立方一以一赤塹堵一黑塹堵剖爲六鼈臑合成立方一又以一赤塹堵一黑塹堵合成立方一是爲别種而方者率居三也其原有之黑立方棊一是通其體而方者率居一也云按餘數具而可知者至安取餘哉疑文有錯誤不敢强爲之說云無以知錐亭之數者按宋本作錐亭之類其義較長蓋方錐圓錐方亭圓亭形體不一故云類

也云功實之主也者疑亦有脫文蓋謂陽馬鼈

臑者爲程功積實之主也

今有鼈臑下廣五尺無袤上袤四尺無廣高七尺問

積幾何

答曰二十三尺少半尺

如圖庚辛爲下廣　乙丙爲上袤　乙辛爲高

術曰廣袤相乘以高乘之六而一　按此術臑者臂骨也或曰

半陽馬其形有似鼈肘故以名云中破陽馬得兩鼈臑鼈臑之見數即陽馬之半數數同而實據半故云六而一即得

草曰置下廣五尺以上袤四尺乘之得二十尺以高七尺乘之得一百四十尺六而一得二十三尺六分尺之二子母各半之得三分尺之一爲少半尺即鼈臑積也合問

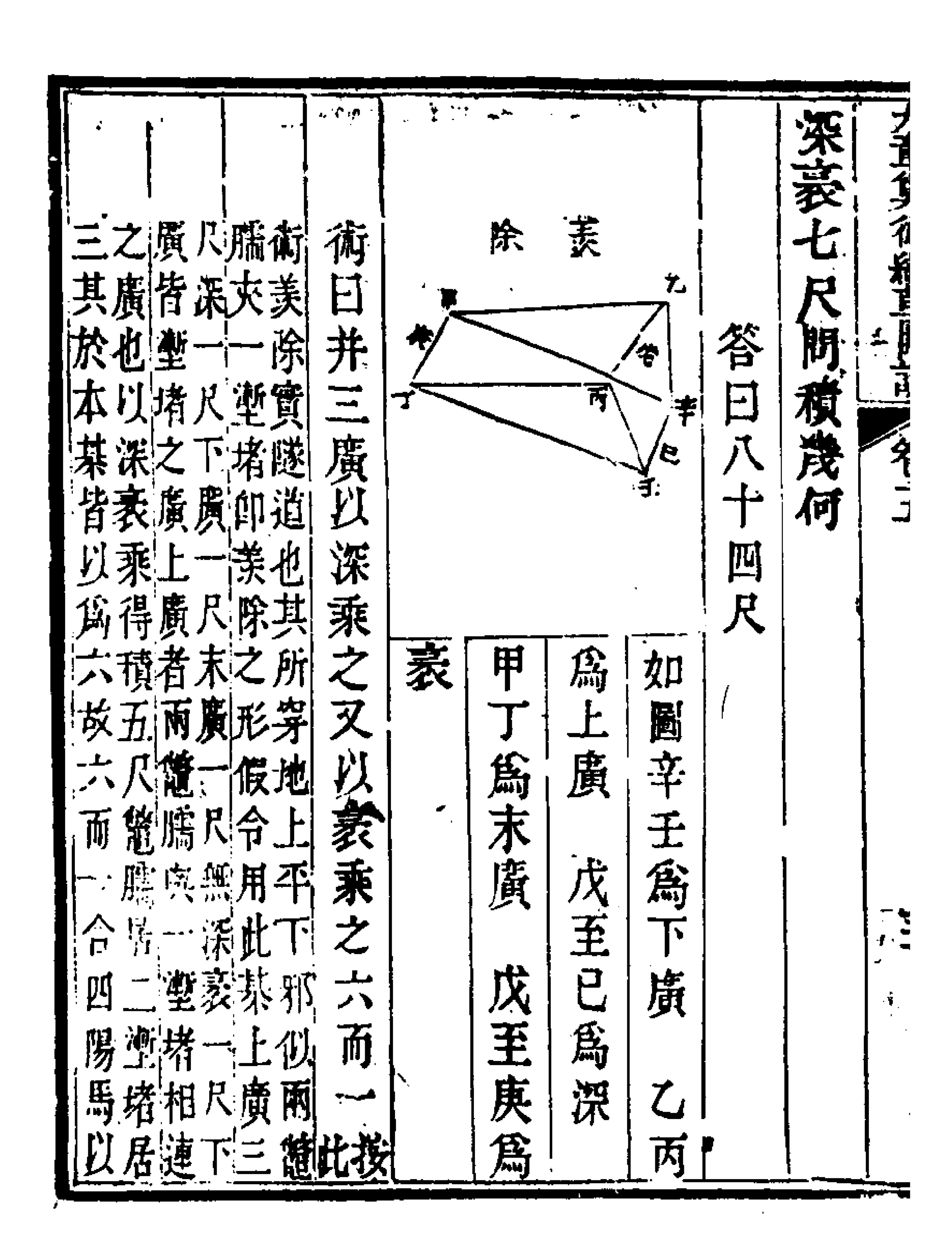
說曰注云中破陽馬得兩鼈臑圖說見前云鼈臑之見數即陽馬之半數者陽馬居立方三分之一鼈臑居立方六分之一也

今有羡除下廣六尺上廣一丈深三尺末廣八尺無

深袤七尺問積幾何

答曰八十四尺

如圖辛壬爲下廣　乙丙爲上廣　戊至巳爲深　甲丁爲末廣　戊至庚爲袤



術曰并三廣以深乘之又以袤乘之六而一　按此

術羨除實隧道也其所穿地上平下邪似兩鼈臑夾一塹堵卽羨除之形假令用此棊上廣三尺深一尺下廣一尺末廣一尺無深袤一尺下廣皆塹堵之廣上廣者兩鼈臑與一塹堵相連之廣也以深袤乘得積五尺鼈臑居二塹堵居三其於本棊皆以爲六故六而一合四陽馬以

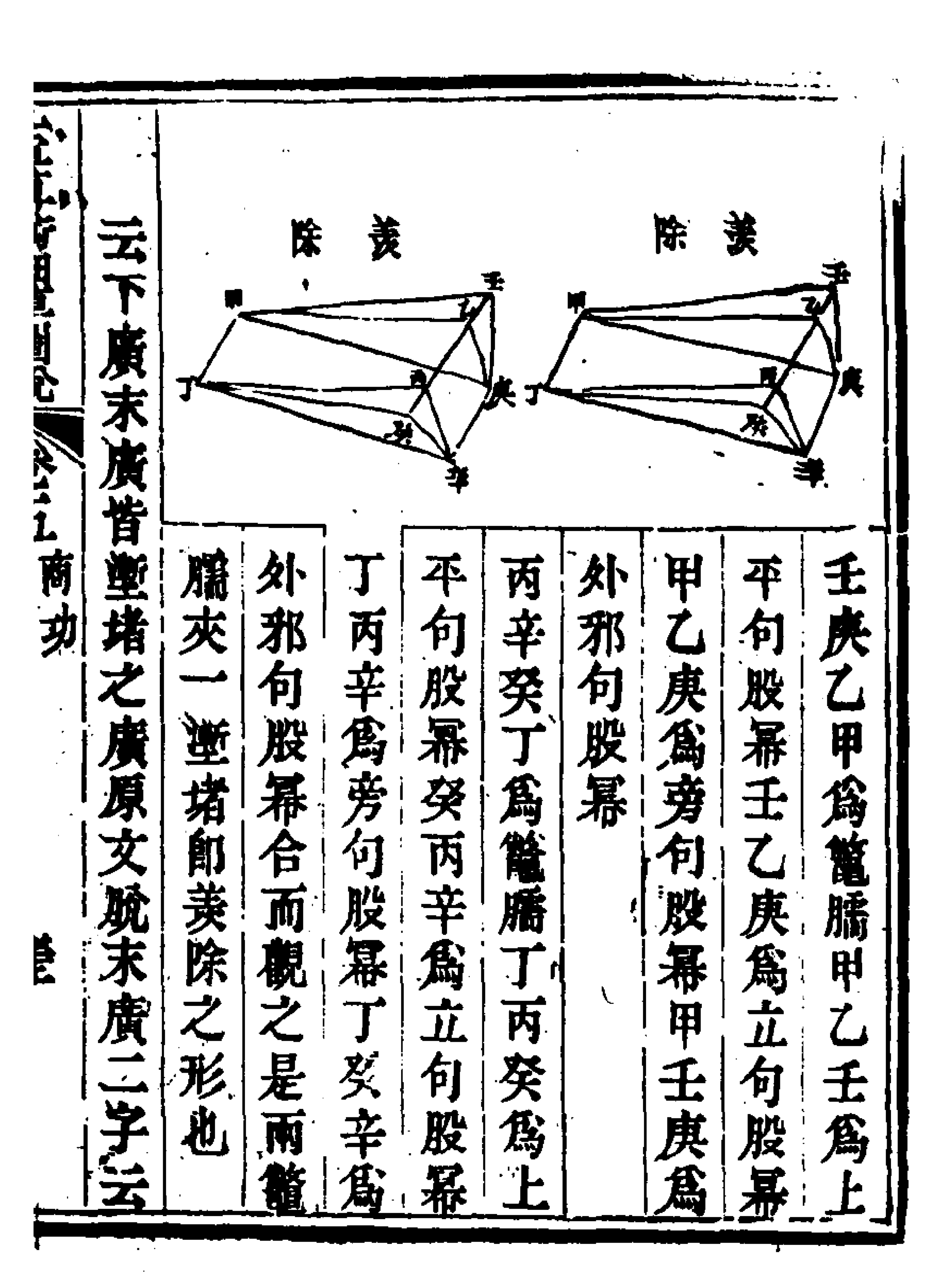
爲方錐邪畫方錐之底亦令爲中方就中方削而上合全爲中方錐之半於是陽馬之棊悉中解矣中錐離而爲四鼈臑焉故外錐之半亦爲四鼈臑雖背正異形與常所謂鼈臑參不相似實則同也所云夾塹堵者中錐之鼈臑也凡塹堵上袤短者連陽馬也下袤短者與鼈臑連也下兩袤相等者亦與鼈臑連也并三廣以高袤乘六而一皆其積也今此羨除之廣即塹堵之袤也按此本是三廣不等即與鼈臑連者別而言之中央塹堵廣六尺高三尺袤七尺末廣之兩旁各一小鼈臑皆與塹堵等令小鼈臑居裏大鼈臑居表則大鼈臑出楯皆方錐下廣三尺袤六尺高七尺分取其半則爲袤三尺以高廣乘之三而一即半錐之積也邪解半錐得此兩大鼈臑求其廣亦當六而一合與常率矣按陽馬之棊兩邪棊底方當其方也不問旁角而割之相半可知也推此上連無成不方故方錐與陽馬同實角而割之者相半之勢此大小鼈臑可知更相表裏但體有背正也

草曰置下廣六尺上廣一丈末廣八尺并之得二丈四尺展爲二十四尺以深三尺乘之得七十二尺又以袤七尺乘之得五百四尺六而一得八十四尺即羨除積也合問

說曰注云其所穿地上平下邪似兩鼈臑夾一塹堵即羨除之形具圖於后

羨除

如圖甲丁丙乙庚辛爲塹堵甲乙丙丁爲上平冪甲庚辛丁爲下邪冪丙乙庚辛爲立冪甲乙庚與丁丙辛爲兩旁句股冪



壬庚乙甲爲鼈臑甲乙壬爲上平句股冪壬乙庚爲立句股冪甲乙庚爲旁句股冪甲壬庚爲外邪句股冪

丙辛癸丁爲鼈臑丁丙癸爲上平句股冪癸丙辛爲立句股冪丁丙辛爲旁句股冪丁癸辛爲外邪句股冪合而觀之是兩鼈臑夾一壍堵卽羨除之形也

云下廣末廣皆壍堵之廣原文脫末廣二字云

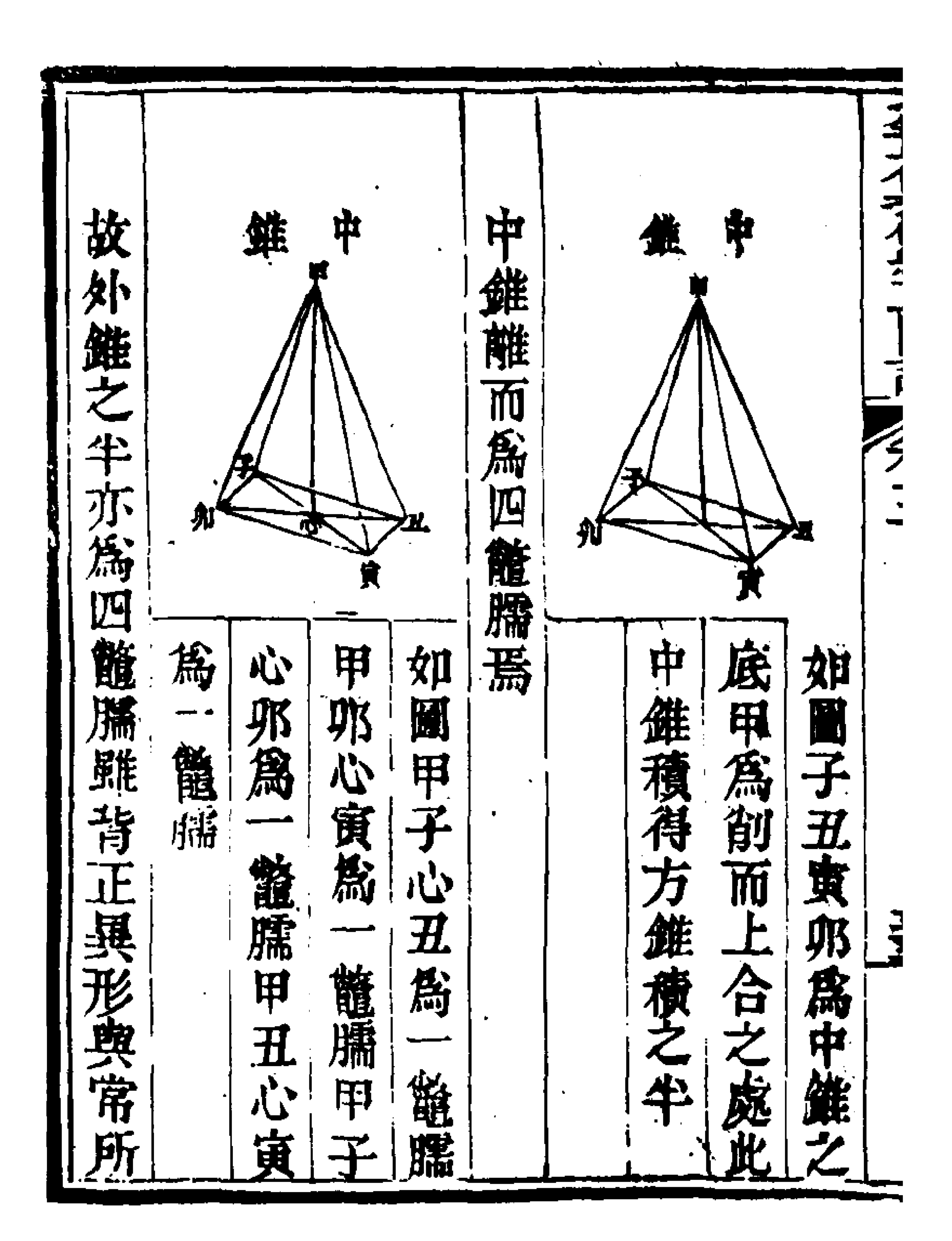
以深袤乘者并三廣以深袤乘也不言并三廣承上可知也云得積五尺鼈臑居二壍堵居三其於本棊皆以為六故六而一者注所用棊下廣末廣皆一尺為壍堵之廣上廣三尺中一尺為壍堵之廣兩旁各一尺為鼈臑之廣置壍堵之廣一尺以深袤各一尺乘之得積一尺三因之為立方三其積三尺為一壍堵之六倍置兩鼈臑之廣各一尺以深袤各一尺乘之得立方二其積二尺為兩鼈臑之六倍也云合四陽馬以為方錐圖說已見前云邪畫方錐之底亦令

爲中方者以方錐之面爲外方邪晝方錐之底得中錐之面爲方錐也

方錐

如圖庚辛壬癸爲方錐之底邪晝之得子丑寅卯爲中方

云就中方削而上合全爲中方錐之半按中方錐之中字衍云於是陽馬之棊悉中解矣中錐積得方錐積之半也



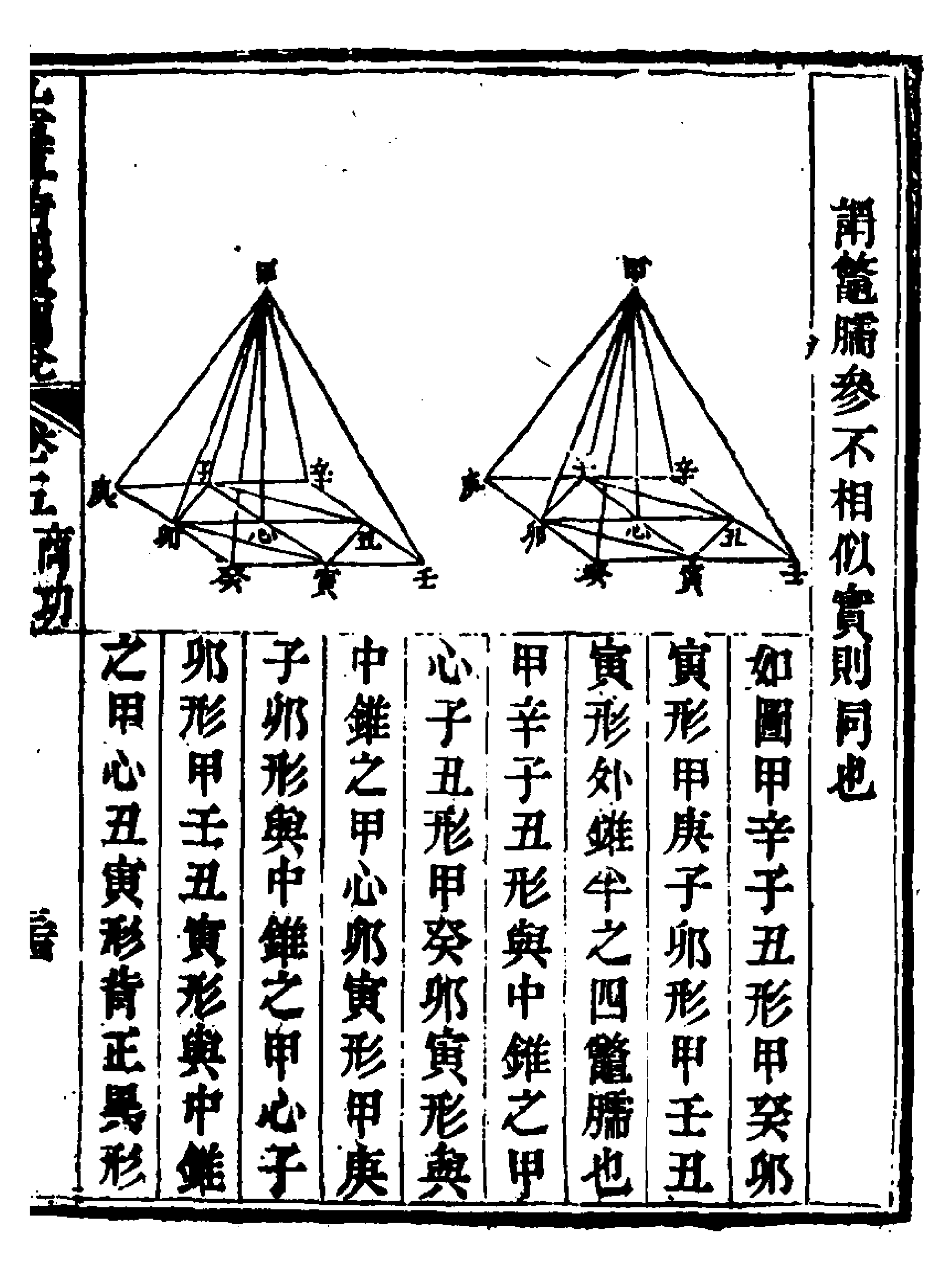
如圖子丑寅卯爲中錐之底甲爲削而上合之處此中錐積得方錐積之半

中錐離而爲四鼈臑焉

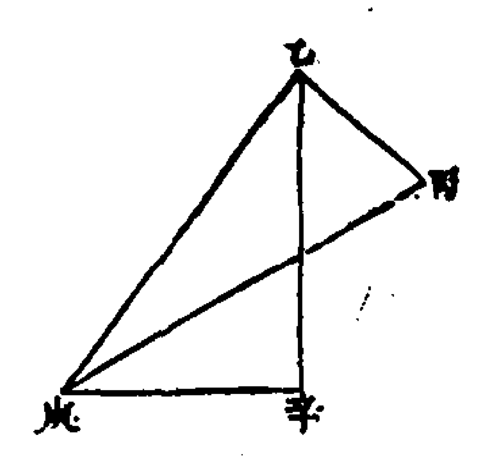
如圖甲子心丑爲一鼈臑甲卯心寅爲一鼈臑甲子心卯爲一鼈臑甲丑心寅爲一鼈臑

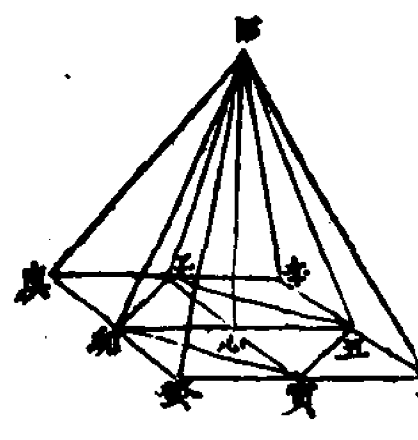
故外錐之半亦爲四鼈臑雖背正異形與常所

謂鼈臑參不相似實則同也



如圖甲辛子丑形甲癸卯寅形甲庚子卯形甲壬丑寅形外錐半之四鼈臑也甲辛子丑形與中錐之甲心子丑形甲癸卯寅形與中錐之甲心卯寅形甲庚子卯形與中錐之甲心子卯形甲壬丑寅形與中錐之甲心丑寅形背正異形





外錐斗之四鼈臑皆有下廣有下袤有高而甲庚甲辛甲壬甲癸皆爲邪面甲之頂銳在底冪之外

中錐四鼈臑有下廣有下袤有高而甲心常爲直面甲之頂銳居底冪之中

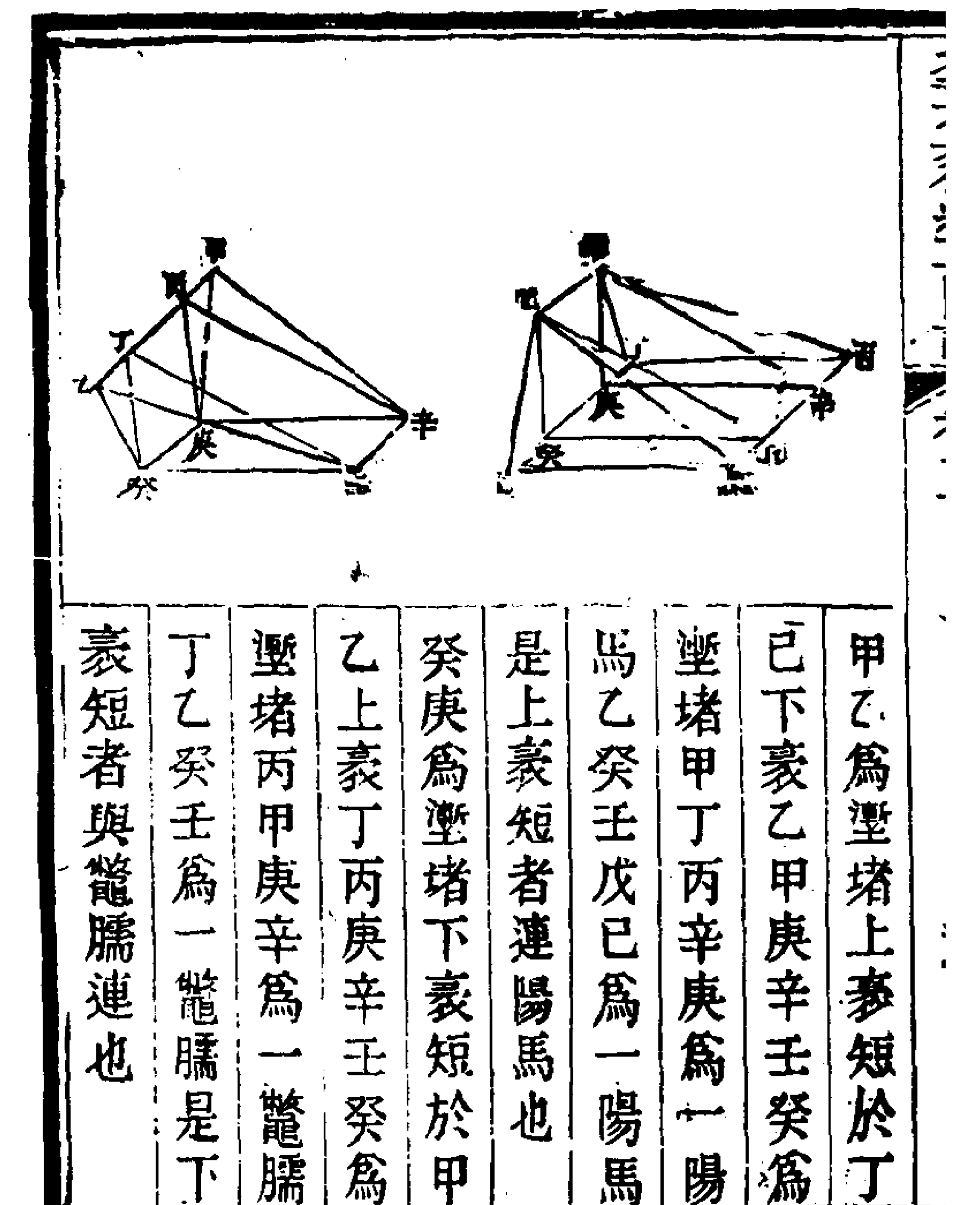
常所謂鼈臑有下廣無袤有上袤無廣有高是參不相似也然其積皆居陽馬

之半故曰實則同也

所云夾壍堵者中錐之鼈臑也

如圖甲乙壬庚與丁丙癸辛兩鼈臑立而視之以壬乙庚與癸丙辛爲句股底羃甲乙與丁丙爲高皆中錐之鼈臑也

凡壍堵上袤短者連陽馬也下袤短者與鼈臑連也下兩袤相等亦與鼈臑連也者因此問三廣不等故云亦也



甲乙爲塹堵上袤短於丁巳下袤乙甲庚辛壬癸爲塹堵甲丁丙辛庚爲一陽馬乙癸壬戊巳爲一陽馬是上袤短者連陽馬也

癸庚爲塹堵下袤短於甲乙上袤丁丙庚辛壬癸爲塹堵丙甲庚辛爲一鼈臑丁乙癸壬爲一鼈臑是下袤短者與鼈臑連也

云末廣之兩旁各一小鼈腝皆與塹堵等者其深袤皆與塹堵等也

如圖甲丁丙乙庚辛為塹堵子甲乙庚與丑丁丙辛為末廣兩旁之小鼈腝乙庚與丙辛為深甲乙與丁丙為袤皆與塹堵等

令小鼈腝居裏大鼈腝居表則大鼈腝出楕皆方錐者并原所有末廣兩旁之小鼈腝末廣二尺無深袤七尺深三尺無上下廣今改作上廣

二尺深三尺無下廣袤七尺無末廣仍合小鼈臑居裏大鼈臑居表則大鼈臑出楯皆方錐矣下廣三尺者卽羡除之深也袤六尺者上下廣差四尺并末廣差二尺爲六尺也高七尺者卽羡除之袤也

甲 寅 卯 乙 庚

如圖甲卯寅庚爲大鼈臑居表甲乙卯庚爲小鼈臑居裏乙庚爲下廣乙寅爲袤甲乙爲高是出楯皆方錐也

云分取其半則爲袤三尺以高廣乘之三而一即半錐之積也邪解半錐得此兩大鼈臑求其積亦當六而一合於常率矣原本作合與誤具圖於右

如圖甲庚辛壬癸方錐也分取其半則爲甲丙辛壬丁邪解半錐得甲辛丁壬與甲辛丁丙兩大鼈臑合於常率者合於廣袤相乘以高乘之六而一之率也

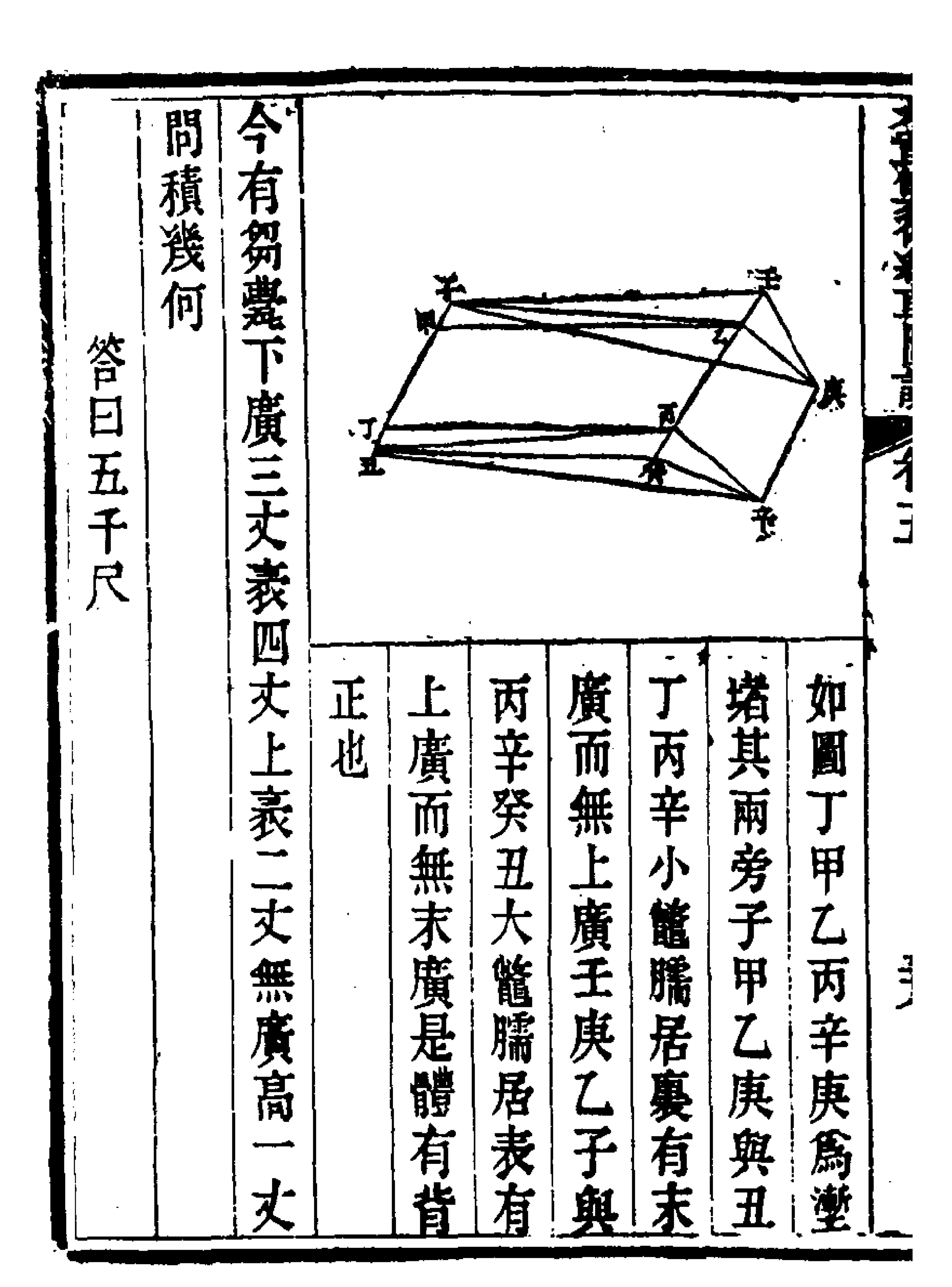
按陽馬之某兩邪某底方當其方也不問旁角而割之相半可知也者因底既均分其高不等故也

如圖甲庚辛壬癸爲陽馬甲辛庚與甲辛壬爲兩邪庚辛壬癸爲底方自旁割之分爲甲庚丙丁癸與甲丙辛壬丁二形自角割之分爲甲庚癸辛與甲壬癸辛二形皆居陽馬之半

推此上連無成不方故方錐與陽馬同實

如圖庚辛壬癸爲陽馬底方推而上之辰巳午未與子丑寅卯皆方也故與方錐同實

云角而割之者相半之勢此大小鼈臑可知更相表裏但體有背正也者言此羨除之兩旁各一小鼈臑居裏有末廣而無上廣各一大鼈臑居表有上廣而無末廣是體有背正也具圖於后



如圖丁甲乙丙辛庚爲壍堵其兩旁子甲乙庚與丑丁丙辛小鼈臑居裏有末廣而無上廣壬庚乙子與丙辛癸丑大鼈臑居表有上廣而無末廣是體有背正也

今有芻甍下廣三丈袤四丈上袤二丈無廣高一丈問積幾何

答曰五千尺

如圖庚癸爲下廣　癸壬
爲下袤　甲乙爲上袤
戊至巳爲高

術曰倍下袤上袤從之以廣乘之又以高乘之
六而一　推明義理者舊說云凡積芻甍有上下
廣曰童甍謂其屋蓋之茨也是故甍之
下廣袤與童之上廣袤等正斬方亭兩邊合之
即芻甍之形也假令下廣二尺袤三尺上袤一
尺無廣高一尺其用棊也中央塹堵二兩端陽
馬各二倍下袤上袤從之爲七尺以廣乘之
得幂十四尺陽馬之幂各居一塹堵之幂各居
三以高乘之得積十四尺其於本棊也皆一而

爲六故六而一即得亦可令上下袤差乘廣以高乘之三而一即四陽馬也下廣乘上袤而半之高乘之即二塹堵并之以爲芻甍積也

潢按注以高廣乘之高字衍陽馬之冪各居一一當作二

草曰置下袤四丈倍之得八丈以上袤二丈加之得一十丈展爲一百尺以廣三丈展爲三十尺乘之得三千尺以高一丈展爲一十尺乘之得三萬尺六而一得五千尺即芻甍積也合問

注草曰置下袤四十尺以上袤二十尺減之餘二十尺爲差以廣三十尺乘之得六百尺又以

高一十尺乘之得六千尺三而一得二千尺即四隅馬隄上袤二十尺以下廣三十尺乘之得六百尺半之得三百尺以高一十尺乘之得三千尺即二壍堵并之得五千尺以爲甍積也

說曰注云甍之下廣袤與童之上廣袤等者謂積芻者以甍加童上如屋蓋之茨也

如圖甲乙辛壬癸庚爲甍積庚辛壬癸己丙丁戊爲童積庚辛壬癸爲甍之下廣袤即爲童之上廣袤

云正斬方亭兩邊合之即芻甍之形也者方亭兩邊各有塹堵一陽馬二故斬而合之爲芻甍之形也云假令下廣二尺袤三尺上袤一尺無廣高一尺其用棊也中央塹堵二兩端陽馬各二者申明正斬方亭兩邊合而爲芻甍之形也

甲乙亥申丑未爲後塹堵

甲乙寅申丑辰爲前塹堵

甲未酉戌丑爲左後陽馬

甲辰子戌丑爲左前陽馬

乙亥卯巳申爲右後陽馬

乙寅午巳申爲右前陽馬

云陽馬之冪各二一壍堵之冪各居三者置下袤以廣乘之得陽馬冪一壍堵冪一倍之得陽馬冪二壍堵冪二又置上袤以廣乘之得壍堵冪一并之得陽馬冪二壍堵冪三云其於本棊也皆一而爲六故六而一　即得者求壍堵積者廣袤相乘以高乘之二而一今有壍堵冪三又當以三除求陽馬積者廣袤相乘以高乘之三而一今有陽馬冪二又當以二除故并五冪以高乘之以六除之也

芻童曲池盤池冥谷皆同術

術曰倍上袤下袤從之亦倍下袤上袤從之各以其廣乘之并以高若深乘之皆六而一

按此術假令芻童上廣一尺袤二尺下廣三尺袤四尺高一尺其用棊也中央立方二四面塹堵六四角陽馬四倍下袤為八上袤從之為十以下廣乘之得積三十尺是為得中央立方各三兩邊塹堵各四兩旁塹堵各六四角陽馬亦各六復倍上袤下袤從之為八以高廣乘之得積八尺是為得中央立方亦各三兩端塹堵各二并兩旁三品棊皆一而為六故六而一即得為術又可令上下廣袤差相乘以高乘之三而一即四陽馬上下廣袤互相乘并而半之以高乘之即四面六塹堵與二立方并之為芻童積又可令上下廣袤互相乘而半之上下廣袤又各自乘并以高乘之三而一即得也

其曲池者并上中外周而半之以

爲上衺亦并下中外周而半之以爲下衺此池緣而不過匝形如盤蛇而曲之亦云周者謂如委穀依垣之周耳引而伸之周爲衺求衺之意衺田也

潰按注以下廣乘之下當作高觀下文以高廣乘之可証兩邊壍堵各四邊當作端觀下文兩端壍堵各二可証并兩旁三品棊兩旁當作兩方

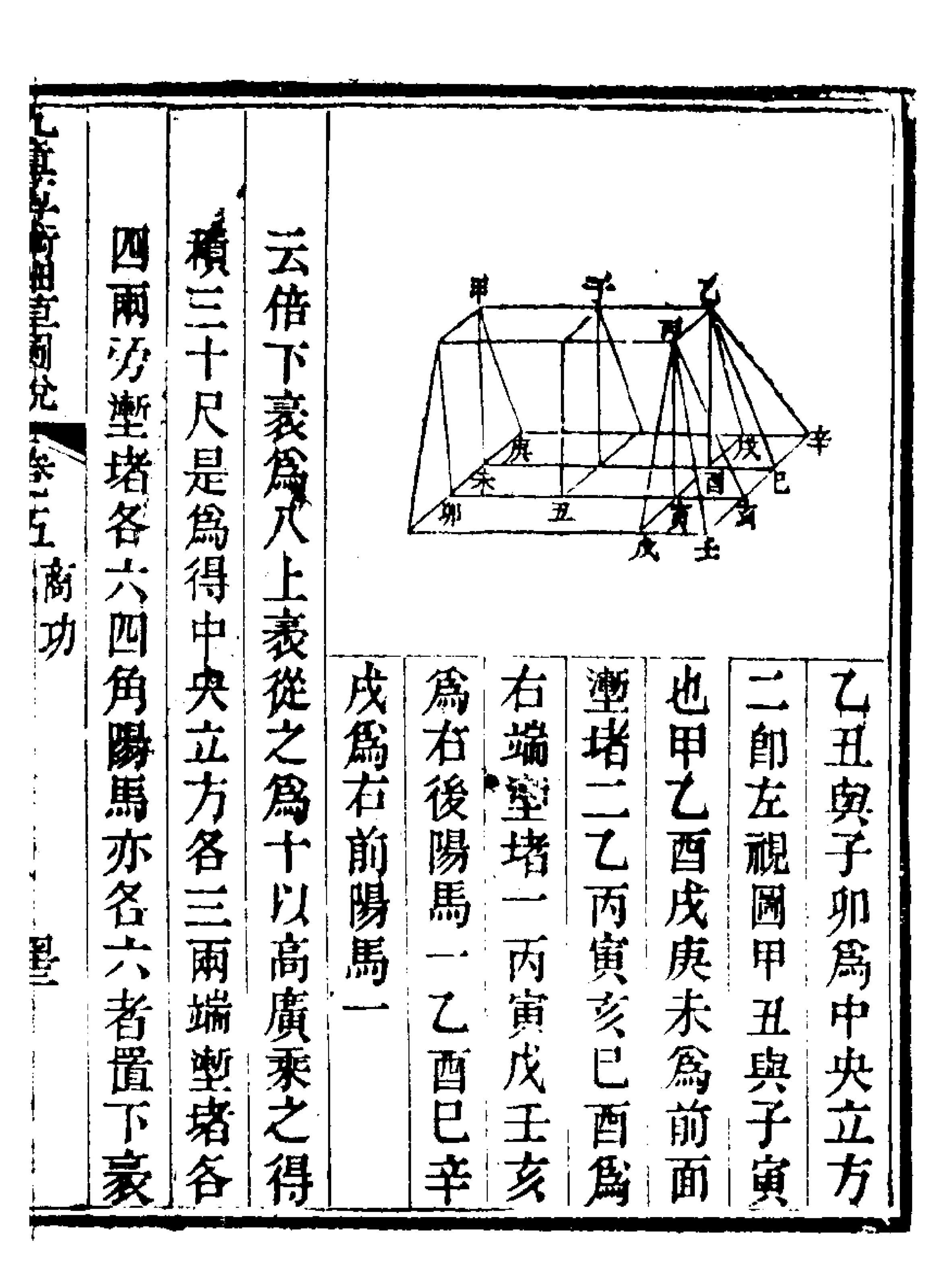
說曰注云假令芻甍上廣一尺袤二尺下廣三尺袤四尺高一尺其用棊也中央立方二四面壍堵六四角陽馬四者凡用棊十二以顯芻甍

之形也

芻童左視

如圖甲丑與子寅爲中央立方二丁丙寅壬辰卯爲後面塹堵二甲丁卯巳午未爲左端塹堵一甲未午庚申爲左前陽馬一丁卯辰癸巳爲左後陽馬一

芻童右視



乙丑與子卯爲中央立方二即左視圖甲丑與子寅也甲乙酉戊庚未爲前面塹堵二乙丙寅亥巳酉爲右端塹堵一丙寅戊壬亥爲右後陽馬一乙酉巳辛戊爲右前陽馬一

云倍下袤爲八上袤從之爲十以高廣乘之得積三十尺是爲得中央立方各三兩端塹堵各四兩旁塹堵各六四角陽馬亦各六者置下袤

以下廣乘之又以高乘之得中央立方積各一
兩端塹堵積各二兩旁塹堵積各二四角陽馬
積各三倍之得中央立方積各二兩端塹堵積
各四兩旁塹堵積各四四角陽馬積各六於上
位置上袤以下廣乘之又以高乘之得中央立
方積各一兩旁塹堵積各二於下位并上下位
得中央立方各三兩端塹堵各四兩旁塹堵各
六四角陽馬亦各六置於左方云復倍上袤下
袤從之爲八以高廣乘之得積八尺是爲得中
央立方亦各三兩端塹堵各二者置上袤以上

廣乘之又以高乘之得中央立方積各一倍之
得中央立方積各二於上位置下袤以上廣乘
之又以高乘之得中央立方積各一兩端塹堵
積各二於下位并上下位得中央立方亦各三
兩端塹堵各二置於右方云并兩方三品棊皆
一而爲六故六而一卽術者以左方中央立方
各三兩端塹堵各四兩旁塹堵各六四角陽馬
各六右方中央立方各三兩端塹堵各二并之
得中央立方各六兩端塹堵各六兩旁塹堵各
六四角陽馬各六是於本棊皆一而爲六故六

而一得芻童積也云此池環而不通匝者據下

曲池問以周求徑徑失之多如方田章環田注

云迴周三徑一之率故知環而不通匝也云引

而伸之周爲袤求袤之意環田也者按環田術

并中外周而半之以徑乘之爲積步注云此田

截齊中外之周周則爲長并而半之者亦以盈

補虛也今曲池之意猶是也

今有芻童下廣二丈袤三丈上廣三丈袤四丈高三

丈問積幾何

答曰二萬六千五百尺

潢按原本誤作一萬今改正

如圖庚癸爲下廣　癸壬爲下袤　甲丁爲上廣　丁丙爲上袤　戊至己爲高

草曰置上袤四丈倍之得八丈以下袤三丈從之得一十一丈展爲一百一十尺以上廣三丈展爲三十尺乘之得三千三百尺於上位又置下袤三丈倍之得六丈以上袤四丈從之得一十丈展爲一百尺以下廣二丈展爲二十尺乘

之得二千尺於下位上下二位相并得五千三百尺以高三丈展爲三十尺乘之得一十五萬九千尺六而一得二萬六千五百尺即芻童積也合問

注爲術草曰置上廣三丈展爲三十尺以下廣二丈展爲二十尺減之餘一十尺爲廣差置上袤四丈展爲四十尺以下袤三丈展爲三十尺減之餘一十尺爲袤差以相乘得一百尺以高三丈展爲三十尺乘之得三千尺三而一得一千尺爲四陽馬寄左又置上袤四十尺以下廣

十尺乘之得八百尺於上位置下袤三十尺以上廣三十尺乘之得九百尺於下位上下相并得一千七百尺半之得八百五十尺以高三十尺乘之得二萬五千五百尺即四面六塹堵與二立方與寄左一千尺相并得二萬六千五百尺爲芻童積

又草曰如前求到八百五十尺於上位又置下袤三十尺以下廣二十尺乘之得六百尺於中位置上袤四十尺以上廣三十尺乘之得一千二百尺於下位并三位得二千六百五十尺以

高三十尺乘之得七萬九千五百尺三而一得二萬六千五百尺卽芻童積也

今有曲池上中周二丈外周四丈廣一丈下中周一丈四尺外周二丈四尺廣五尺深一丈問積幾何

荅曰一千八百八十三尺三寸少半寸

曲池

戊
甲
丁
丙
乙
巳
庚
癸
壬
辛

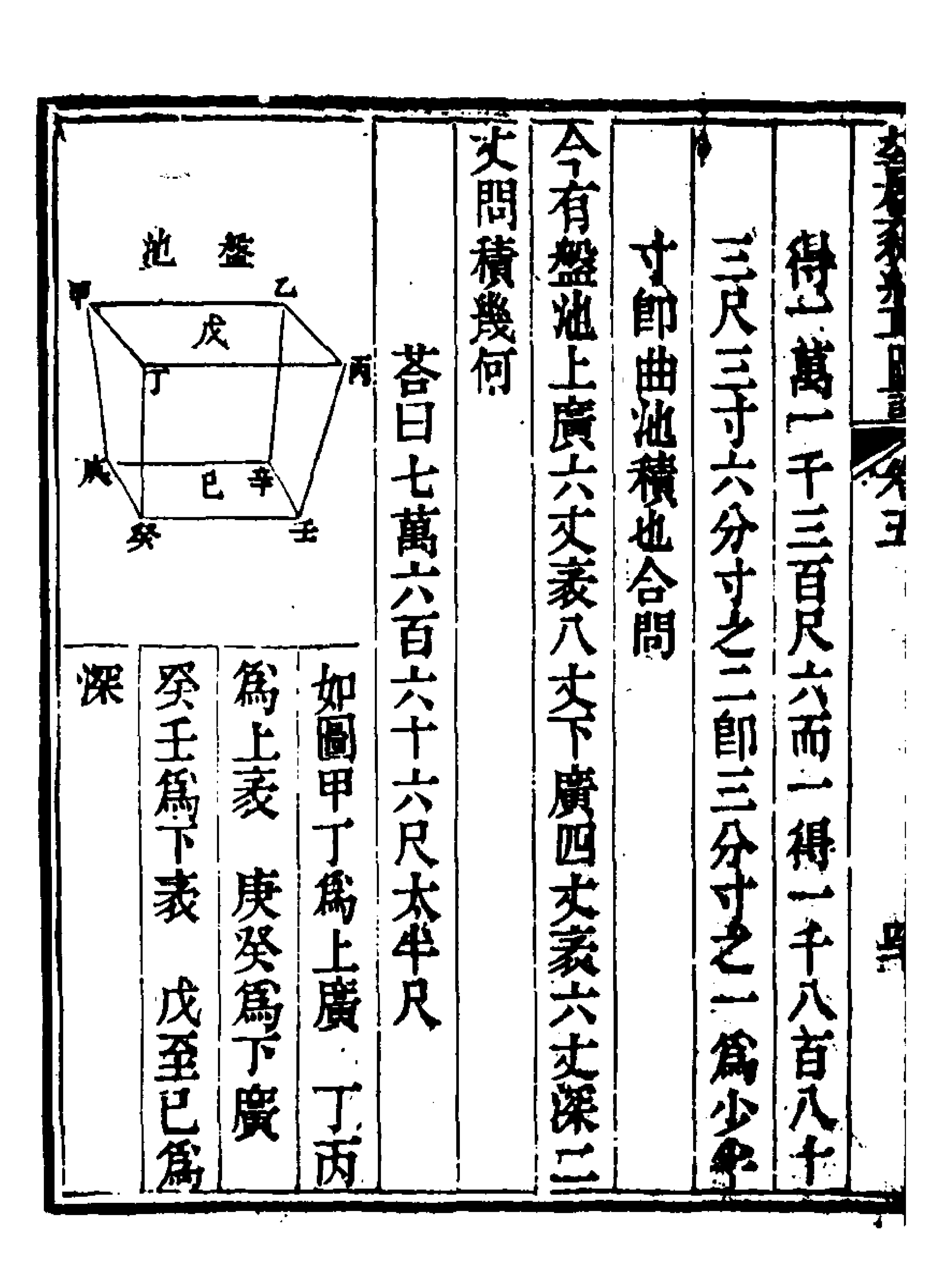
如圖丁丙上中周　甲乙外周　甲丁乙丙皆上廣　癸壬下中周　庚辛外周　庚癸辛壬皆下廣　戊至巳爲深此池環而不通厩

草曰置上中周二丈外周四丈并之得六丈半之得三丈為上袤又置下中周一丈四尺外周二丈四尺并之得三丈八尺半之得一丈九尺為下袤次置上袤三丈倍之得六丈以下袤一丈九尺從之得七丈九尺展為七十九尺以上廣一丈展為一十尺乘之得七百九十尺於上位復置下袤一丈九尺倍之得三丈八尺以上袤三丈從之得六丈八尺展為六十八尺以下廣五尺乘之得三百四十尺於下位并二位得一千一百三十尺以深一丈展為一十尺乘之

得二萬一千三百尺六而一得一千八百八十三尺三寸六分寸之二卽三分寸之一爲少半寸卽曲池積也合問

今有盤池上廣六丈袤八丈下廣四丈袤六丈深二丈問積幾何

荅曰七萬六百六十六尺太半尺



如圖甲丁爲上廣　丁丙爲上袤　庚癸爲下廣　癸壬爲下袤　戊至巳爲深

草曰置上袤八丈倍之得十六丈下袤六丈從之得二十二丈展爲二百二十尺以上廣六丈展爲六十尺乘之得一萬三千二百尺於上位又置下袤六丈倍之得十二丈上袤八丈從之得二十丈展爲二百尺以下廣四丈展爲四十尺乘之得八千尺加上位得二萬一千二百尺以深二丈展爲二十尺乘之得四十二萬四千尺六而一得七萬六百六十六尺六分尺之四卽三分尺之二爲太半尺卽盤池積也合問

負土往來七十步其二十步上下棚除棚除之一當

平道五蹞蹶之間十加一載輸之間三十步定一返一百四十步土籠積一尺六寸秋程人功行五十九里半問人到積尺及用徒各幾何

荅曰

人到二百四尺

用徒五百四十六人一百五十三分人之六十二

術曰以一籠積尺乘程行步數為實往來上下棚除二當平道五棚閣除邪道有上下之難故使二當五也置定往來步數十加一及載輸之間三十步以為法除

之所得即一人所到尺按此術柵閣除邪道有上下之難故使二當五置定往來步數十加一及載輸之間三十步是為往來求一返凡用一百四十步於今有術爲所有行率籠積一尺六寸爲所求到土率程行五十九里半爲所有數而今有之即人到尺數以所到約積尺即用徒人數者此一人之積除其家積尺故得用徒人數爲術又可令往來一返所用之步約程行爲返數乘籠積爲一人所到必以此術與今有術相反覆則乘除之或先後意各有所在而同歸耳以所到約積尺即用徒人數

潢按注是爲往來求一返求字衍

草曰置程行五十九里半以里法三百步乘之得一萬七千八百五十步以土籠積一尺六寸乘之得二萬八千五百六十尺爲實次置往來

七十步內減二十步餘五十步列上位以五乘上下棚除二十步得一百步以二除之得五十步加上位共得一百步爲定往來步又以十一乘之得一千一百步十除之得一百一十步又加載輸之間三十步共得一百四十步以爲法除實得二百四尺爲人到積尺次置盤池積七萬六百六十六尺太半尺以分母三通分內子得二十一萬二千尺爲實又置人到二百四尺以三通之得六百一十二爲法除實得三百四十六人六百一十二分人之二百四十八子母

各以四約之爲一百五十七三分人之六十二即
用徒人數也合問
注爲術草曰如前求到程行步一萬七千八百
五十爲實以一返一百四十步爲法除之得一
百二十七返一百四十分返之七十約爲二分
返之一置返數一百二十七二分之一通分内
子得二百五十五返以籠積一尺六寸乘之得
四百八尺以分母二除之得二百四尺爲一人
所到
說曰注云以此術與今有術相反覆則乘除之

或先後意各有所在而同歸者今有術先乘後除徑求人到積尺此術先除後乘既得返數乃求人到積尺是意各有所在而同歸也

今有冥谷上廣二丈袤七丈下廣八尺袤四丈深六丈五尺問積幾何

荅曰五萬二千尺

如圖甲丁為上廣　丁丙為上袤　庚癸為下廣　癸壬為下袤　戊至己為高

草曰置上袤七丈倍之得十四丈下袤四丈從之得十八丈展爲一百八十尺以上廣二丈展爲二十尺乘之得三千六百尺於上位又置下袤四丈倍之得八丈上袤七丈從之得十五丈展爲一百五十尺以下廣八尺乘之得一千二百尺於下位上下位相并得四千八百尺以深六丈五尺展爲六十五尺乘之得三十一萬二千尺六而一得五萬二千尺即冥谷積也合問

載土往來二百步載輸之間一里程行五十八里六人共車車載三十四尺七寸問人到積尺及用

徒各幾何

荅曰

人到二百一尺五十分尺之十三

用徒二百五十八人一萬六十三分人之三千七百四十六

術曰以一車積尺乘程行步數爲實置今往來步數加載輸之間一里以車六人乘之爲法除之所得卽一人所到尺按此術今有之義以載輸及往來并得五百步爲所有行率車載三十四尺七寸爲所求到土率程行五十八里通之爲步爲所有數而今有之所得則一車所到欲得人到者當以六人除之卽得術有分故亦更令乘法而并除者亦用

以半尺數以爲一人到土率六人乘五百步爲行率也又可以五百步爲行率令六人約半積尺數爲一人到土率以載土術入之入之者亦可求返數也要取其會通而已術恐有分故令乘法而并除以所到約積尺即用徒人數者以以一人所積尺除其衆積故得用徒人數也

所到約積尺即用徒人數

瀆按注半尺數半積尺數兩半字皆車字之誤

以載土術入之載當作負

草曰置程行五十八里以里法三百步通之得一萬七千四百步以車載三十四尺七寸乘之得六十萬三千七百八十尺爲實次置往來二百步以載輸之間一里通爲三百步加之共得

五百步以車六人乘之得三千步爲法除實得二百一尺三千分尺之七百八十子母各以六十約之爲五十分尺之十三即人到積尺次置人到積尺以五十通分內子得一萬六十三尺爲法置冥谷積五萬二千尺亦以五十通之得二百六十萬爲實實如法而一得二百五十八人一萬六十三分人之三千七百四十六即用徒人數也合問

說曰注云術有分故亦更令乘法而并除者亦用以車尺數以爲一人到土率六人乘五百步

爲行率也者如前求到六十萬三千七百八十尺爲實以五百步爲法除之得一千二百七尺五百分尺之二百八十爲一車所到是有分也以六人除一車所到爲一人所到當以五百通分內子爲實實裹有分法裹通之故亦以五百乘六人爲法此重今有之義也以載輸及往來并得五百步爲所有行率車載三十四尺七寸爲所求到土率程行五十八里通之爲步爲所有數而今有之得一車所到尺復以六人爲所有人率一車所到爲所求到土率一人爲所有

數而今有之得一人所到尺今雖有率不問步間以後實乘前實一乘不長即以車尺數爲一人到土率後法乘前法以六人乘五百步爲行率也云又可以五百步爲行率令六人約車積尺數爲一人到土率者令六人約車積三七四尺七寸得五尺七寸六分寸之五爲一人往來一返到土率云以負土術入之入之者亦可求返數也者負土術注云爲術又可令往來一返所用之步約程行爲返數乘籠積爲一人所到今以一返五百步約程行一萬七千四百步得

三十四返五百分返之四四百以一人往來一返

到土率乘之亦即一人所到尺也

今有委粟平地下周一十二丈高二丈問積及爲粟幾何

答曰

積八千尺於徽術當積七千六百四十三尺一百五十七分尺之四十九臣淳風等謹按依密率爲積七千六百三十六尺十一分尺之四

爲粟二千九百六十二斛二十七分斛之二十六於徽術當粟二千八百三十斛一千四百一十三分斛之一千二百一十臣淳風等謹按依密率爲粟二千八百二十八斛九十九分斛之二十八

如圖丙庚丁辛爲下周

甲乙爲高

今有委菽依垣下周三丈高七尺問積及爲菽各幾何

答曰

積三百五十尺依徽術當積三百二十四尺四百七十一分尺之一百八十六也　臣淳風等謹按依密率爲積三百三十四尺十一分尺之一

爲菽一百四十四斛二百四十三分斛之

八依徽術當菽一百三十七斛一萬二千七百一十七分斛之七千七百七十一

七臣淳風等謹按依密率爲菽一百三十斛八百九十一分斛之四百三十三

委菽

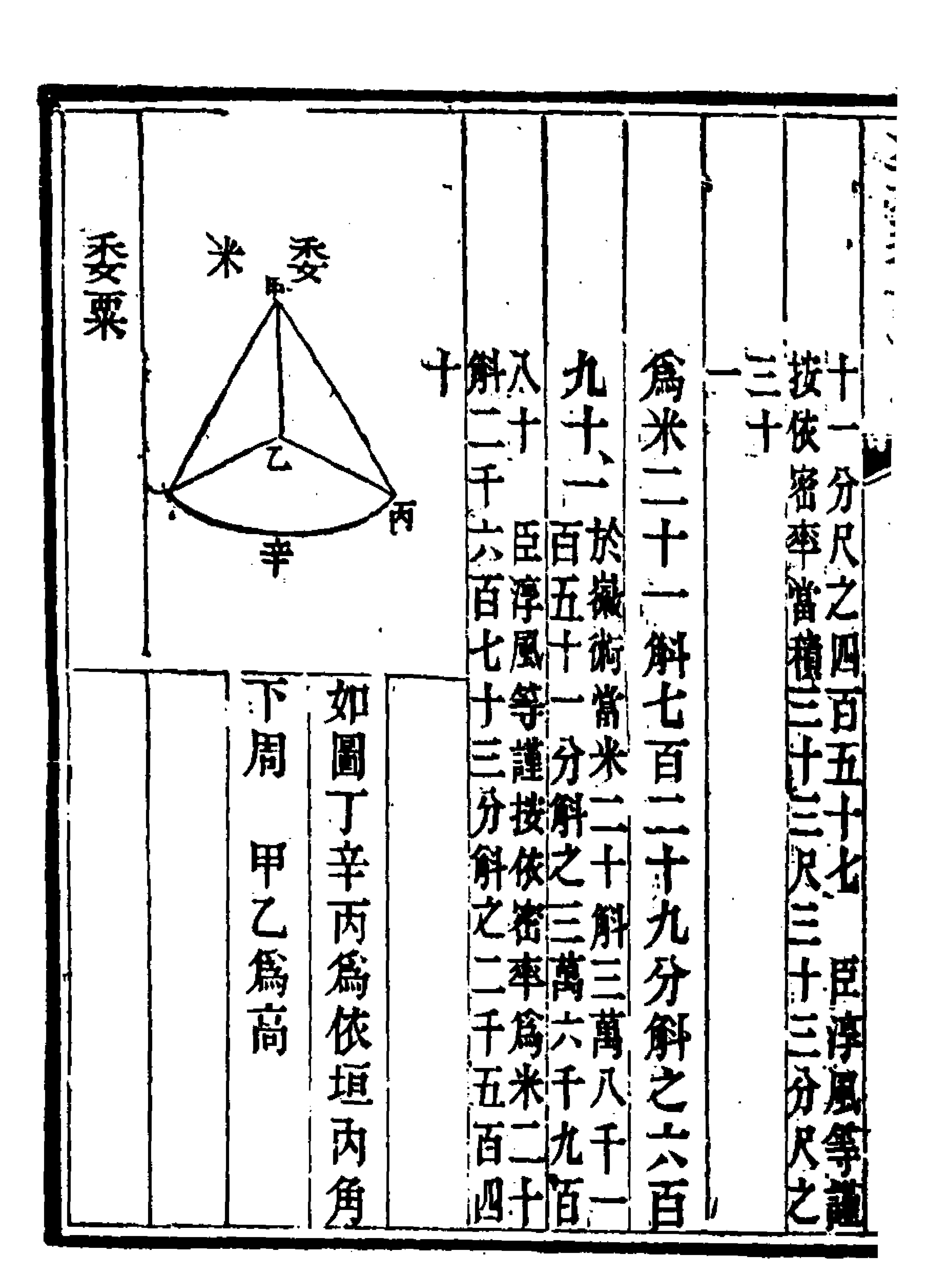
如圖丙辛丁爲依垣下周

甲乙爲高

今有委米依垣內角下周八尺高五尺問積及爲米幾何

答曰

積三十五尺九分尺之五於徽術當積三十二尺四百七



十一分尺之四百五十七　臣淳風等謹
按依密率當積三十三尺三十三分尺之
三十
一
爲米二十一斛七百二十九分斛之六百
九十一　於徽術當米二十一斛三萬八千一
百五十一分斛之三萬六千九百
八十　臣淳風等謹按依密率爲米二十
斛二千六百七十三分斛之二千五百四
十

如圖丁辛丙爲依垣內角
下周　甲乙爲高

委粟

術曰下周自乘以高乘之三十六而一此猶圓錐也於
㨾術亦當下周自乘以高乘之又以其依垣者
二十五乘之九百四十二而一也
居圓錐十八而一於㨾術當令此下周自乘以
之半也高乘之又以二十五乘之四
百七十一而一依垣之周半於全周其自乘之
冪居全周自乘之冪四分之一故半全周之法
以爲其依垣內角者角隅也居圓錐九而一於
法也四分之一也㨾
術當令此下周自乘而倍之以高乘之又以二
十五乘之四百七十一而一依隅之周半於依
垣其自乘之冪居依垣自乘之冪四分之一當
半依垣之法以爲法法不可半故倍其實又此
術亦用周三徑一之率假令以三除周得徑若
不盡通分內子卽爲徑之積分令自乘以高乘
之爲三方錐之積分母相乘得九爲法又當
三而一約方錐之積從方錐中求圓錐之積亦
猶方冪求圓冪乃當三乘之四而一得圓冪之
積前求方積乃合三而一今求圓錐之積復合

三乘之二母既同故相準折惟以四乘分母九
得三十六而連除圓錐之積其圓錐之積與平
地聚粟同故三十六而一　臣淳風等謹依密
率以七乘之其平地者二百六十四而一依垣
者一百三十二而一依
隅者六十六而一也

程粟一斛積二尺七寸二尺七寸者謂方一尺深二尺七寸凡積二千
七百寸　其米一斛積一尺六寸五分寸之一謂積一千
六百二十寸　其菽荅麻麥一斛皆二尺四寸十分寸
之三謂積二千四百三十寸此爲以精麤爲率
而不等其槩也粟率五米率三故米一斛
於粟一斛五分斛之三菽荅麻麥亦如本率云
故謂此三量器爲槩而皆不合於今斛當今大
司農斛圓徑一尺三寸五分五氂正深一尺於
徽術爲積一千四百四十一寸排成餘分又有
十分寸之三王莽銅斛於今尺爲深九寸五分
五氂徑一尺三寸六分八氂七毫以徽術計之

於今斛爲容九斗七升四合有奇周官考工記㮚氏爲量深一尺內方一尺而圜外其實一鬴於徽術此圓積一千五百七十六寸左氏傳曰齊舊四量豆區釜鍾四升曰豆各自其四以登於釜釜十則鍾鍾六斛四斗釜六斗四升方一尺深一尺其積一千寸若此方積容四斗二升則通外圓積成旁容十斗四合一龠五分龠之三也以數相乘之則斛之制方一尺而圜其外庣旁一釐七毫冪一百五十六寸四分寸之一深一尺積一千五百六十二寸半容十斗王莽銅斛與漢書律歷志所論斛同

潢按委粟術注得圓冪之積冪當作錐得三十六而連除圓錐之積除字下脫得字　程粟注五分斛之三當作三分斛之二於徽術此圓積一千五百七十六寸六半術若此方積容四斗

二升當作容六斗四升則通外圓積成旁旁羨
當作量聲之誤也
委粟草曰置下周一十二丈展爲一百二十尺
自乘得一萬四千四百尺以高二丈展爲二十
尺乘之得二十八萬八千尺三十六而一得八
千尺卽粟積也合問
微術草曰如前求到二十八萬八千尺以二十
五乘之得七百二十萬尺九百四十二而一得
七千六百四十三尺九百四十二分尺之二百
九十四子母各以六約之爲一百五十七分尺

之四十九即粟積也

窖率草曰如前求到二十八萬八千尺以七乘之得二百一萬六千尺二百六十四而一得七千六百三十六尺二百六十四分尺之九十六子母各以二十四約之爲十一分尺之四即粟積也

爲粟草曰置粟積八千尺以粟斛法二尺七寸除之得二千九百六十二斛二十七分斛之二十六

粉問

徽術草曰置粟積七千六百四十三尺一百五

十七分尺之四十九通分內子得一百二十萬尺爲實次置粟斛法二尺七寸亦以一百五十七通之得四千二百三十九爲法除實得二千八百三十斛四千二百三十九分斛之三千六百三十子母各以三約之爲一千四百一十三分斛之一千二百一十

宻率草曰置粟積七千六百三十六尺十一分尺之四通分內子得八萬四千尺次置粟斛法二尺七寸亦以十一通之得二十九尺七寸爲法除實得二千八百二十八斛二百九十七分

斛之八十四子母各以三約之爲九十九分斛之二十八

委菽草曰置下周三丈展爲三十尺自乘得九百尺以高七尺乘之得六千三百尺十八而一得三百五十尺卽菽積也合問

擬術草曰如前求到六千三百尺以二十五乘之得一十五萬七千五百尺四百七十一而一得三百三十四尺四百七十一分尺之一百八十六卽菽積也

密率草曰如前求到六千三百尺以七乘之得

四萬四千一百尺六百三十二而一得三百三十四尺一百三十二分尺之一十二子母各以十二約之爲十一分尺之一即菽積也

爲菽草曰置菽積三百五十尺以菽斛法二尺四寸三分除之得一百四十四斛二百四十三分斛之八合問

徽術草曰置菽積三百三十四尺四百七十一分尺之一百八十六通分內子得一十五萬七千五百尺爲實次置菽斛法二尺四寸三分亦以四百七十一通之得一千一百四十四尺五

寸三分爲法除實得一百三十七斛一十一萬
四千四百五十三分斛之六萬九千九百三十
九子母各以九約之爲一萬二千七百一十七
分斛之七千七百七十一
窖率草曰置窖積三百三十四尺十一分尺之
一通分內子得三千六百七十五尺爲實次置
窖斛法二尺四寸三分亦以十一通之得二十
六尺七寸三分爲法除實得一百三十七斛二
千六百七十三分斛之一千二百九十九子母
各以三約之爲八百九十一分斛之四百三十

三

委米草曰置下周八尺自乘得六十四尺以高五尺乘之得三百二十尺九而一得三十五尺九分尺之五即米積也合問

緻術草曰如前求到六十四尺倍之得一百二十八尺以高五尺乘之得六百四十尺又以二十五乘之得一萬六千尺四百七十一而一得三十三尺四百七十一分尺之四百五十七即米積也　按原本誤三十三尺爲三十二尺今依算改正

術率草曰如前求到三百二十尺以七乘之得
二千二百四十尺六十六而一得三十三尺六
寸六分尺之六十二子母各半之爲三十三分
尺之三十一即米積也
爲米草曰置米積三十五尺九分尺之五通分
內子得三百二十尺爲實次置米斛法一尺六
寸二分亦以九乘之得一十四尺五寸八分爲
法除實得二十一斛一千四百五十八分斛之
一千三百八十二子母各半之爲七百二十九
分斛之六百九十一合問

徽術草曰置米積三十三尺四百七十一分尺之四百五十七通分內子得一萬六千尺爲實次置米斛法一尺六寸二分亦以四百七十一乘之得七百六十三尺二分爲法除實得二十斛七萬六千三百二分斛之七萬三千九百六十子母各半之爲三萬八千一百五十一分斛之三萬六千九百八十

密率草曰置米積三十三尺三十三分尺之三十一通分內子得一千一百二十尺爲實次置米斛法一尺六寸二分亦以三十三乘之得五

十三尺四寸六分爲法除實得二十斛五千三百四十六分斛之五千八十子母各半之爲二千六百七十三分斛之二千五百四十

說曰注云粟率五米率三故米一斛於粟一斛三分斛之二者粟米之法粟率五十米三十菽荅麻麥各四十五先以米與粟求等得一十以約二率得粟率五米率三置米一斛以五乘之得五斛三而一得粟一斛三分斛之二次置米斛積一尺六寸二分以五乘之得八十一寸三而一得二尺七寸爲粟一斛積復以米與菽荅

麻麥求等得一十五以約二率得米率二菽荅麻麥率各三置米一斛以三乘之得三斛二而一得菽荅麻麥各一斛二分斛之一次置米斛積一尺六寸二分以三乘之得四十八寸六分二而一得二十四寸三分卽二尺四寸十分寸之三爲菽荅麻麥一斛積是三斛程積各如其本率也云當今大司農斛圓徑一尺三寸五分五釐正深一尺於密術爲積一千四百四十一寸排成餘分又有十分寸之三者置斛圓徑一尺三寸五分五釐展爲一十三寸五分五釐自

乘得一百八十三寸六十分二十五釐以一百五十七乘之得二萬八千八百二十五寸五十九分二十五釐二百而一得一百四十四寸一十二分七十九釐六十二毫五十秒爲斛冪以正深一尺展爲一十寸乘之得一千四百四十一寸又二百七十九分六百二十五釐收爲十分寸之三云王莽銅斛於今尺爲深九寸五分五釐徑一尺三寸六分八釐二毫以徽術計之於今斛爲容九斗七升四合有奇者置斛徑一尺三寸六分八釐二毫自乘得一百八十七寸

一十九分七十一釐二十四毫以一百五十七乘之得二萬九千三百八十九寸九十四分八十四釐六十八毫二百而一得一百四十六寸九十四分九十七釐四十二毫三十四秒爲斛冪以深九寸五分五釐乘之得一千四百三寸三百七十分三十九釐三百四十七毫爲斛積以一斛展爲一十斗乘之得一萬四千三十三斗七升三抄九撮三圭四粟十分粟之七以今斛積一千四百四十一寸三分除之得九斗七升三合有奇不足四合音義引此注作徑一尺

三寸六分八釐七毫今以一尺三寸六分八釐七毫自乘得一百八十七寸三十三分三十九釐六十九毫以一百五十七乘之得二萬九千四百一十一寸四十三分三十一釐三十三毫二百而一得一百四十七寸五分七十一釐六十五毫六十六秒五十忽為斛羃以深九寸五分五釐乘之得一千四百四寸三百九十五分九百三十二釐一百毫七百五十秒為斛積以十斗乘之得一萬四千四十三斗九升五合九勺三抄二撮一圭一千分粟之七十五以今斛

積一千四百四十一寸三分除之得九斗七升四合有奇爲今斛所容與註適合是此本誤而音義所引不誤也云周官考工記㮚氏爲量深一尺內方一尺而圜外其實一鬴於徽術此鬴積一千五百七十寸者以內方一尺展爲一十寸自乘得一百寸爲內方冪倍之得二百寸爲外方冪於徽術方冪二百圓冪一百五十七置一百五十七寸以深一尺展爲一十寸乘之得圓積一千五百七十寸云釜六斗四升方一尺深一尺其積一千寸若此方積容六斗四升則

通外圓積成量容十斗四合一龠五分龠之三者置圓積一千五百七十寸以鬴容六斗四升乘之得一萬四十八斗爲實以鬴積一千寸爲法除之得十斗四合八勺收五勺爲一龠餘三勺不滿龠命爲五分龠之三漢書律歷志合龠爲合是龠居合之半也云以數相乘之則斛之制方一尺而圜其外庣旁一釐七毫冪一百五十六寸四分寸之一深一尺積一千五百六十二寸半容十斗者以斛容十斗乘鬴積一千寸得一十萬寸爲實以鬴容六斗四升爲法除之

得一千五百六十二寸半爲斛積以深一尺展爲一十寸除之得一百五十六寸一十分寸之二五卽四分寸之一爲斛冪置斛冪一百五十六寸四分寸之一通分內子得六百二十五寸以二百乘之得一十二萬五千寸爲實以分母四乘一百五十七得六百二十八爲法除實得一百九十九寸六百二十八分寸之二十八子母各以四約之得一百五十七分寸之七爲徑冪以帶分開方法除之得一十四寸一分八毫爲斛圓徑置外方冪二百寸開方除之得一十

四寸一分四釐二毫爲外方徑兩徑相課外方徑多三釐四毫半之得一釐七毫卽庣旁也云王莽銅斛與漢書律歷志所論斛同者李籍音義云王莽作銅斛名曰律嘉量方尺而圓其外旁有庣焉其上爲斛其下爲斗左耳爲升右耳爲合龠其狀似爵以縻爵祿上三下一參天兩地圓而函方左一右二陰陽之象也其圓象規其重二鈞備氣物之數合萬有一千五百二十也聲中黃鍾始於黃鍾而反覆焉是與漢書律歷志所論同也

今有穿地袤一丈六尺深一丈上廣六尺爲垣積五百七十六尺問穿地下廣幾何

答曰三尺五分尺之三

穿地

甲　乙　丙　丁　戊　己　庚　辛　壬　癸

如圖癸壬爲袤　戊至己爲深　甲丁爲上廣　庚癸爲下廣

術曰置垣積尺四因之爲實實穿地四爲堅三垣堅也以堅求穿地當四之三而一也以深袤相乘爲深袤之立實也又以三之爲法以深袤乘之立積除垣積則坑廣又三之者與堅率并除之所得倍之坑有兩廣

先并而半之卽爲廣狹之中平今先　減上廣餘
得其中平故又倍之知兩廣全也
卽下廣按此術穿地四爲堅三垣卽堅也今以
者爲深袤立冪以深袤立冪除積卽阬廣又三
之爲法與堅率并除所得倍之者爲阬有兩廣
先并而半之爲中平之廣今此得中平之廣
故倍之還爲兩廣并故減上廣餘卽下廣也
潢按注實穿地四爲堅三實當作術卽上術曰
穿地四爲壤五爲堅三爲墟四也爲深袤之立
實也以深袤乘之立實立實皆當作立冪
草曰置垣積五百七十六尺四之得二千二百
四尺爲實以深一丈展爲一十尺袤一丈六尺
展爲一十六尺相乘得一百六十尺又以三乘

之得四百八十尺為法除實得四尺四百八十分尺之三百八十四子母各以九十六約之為五分尺之四倍之得九尺五分尺之三以上廣六尺減之餘三尺五分尺之三卽穿地下廣也

合問

說曰注云為深袤之立冪也者廣袤相乘為平冪深袤相乘為立冪也云以深袤乘之立冪除垣積則阬廣又云阬有兩廣先并而半之卽為廣狹之中平者上術云并上下廣而半之以高若深乘之又以袤乘之卽積尺故今以深袤乘

之立冪除玨積得中平之廣倍之知兩廣全也

今有倉廣三丈袤四丈五尺容粟一萬斛問高幾何

答曰二丈

如圖庚癸爲廣　癸壬爲袤　丁癸爲高

術曰置粟一萬斛積尺爲實廣袤相乘爲法實如法而一得高尺以廣袤之冪除積故得高按此術本以廣袤相乘以高乘之得此積今還原置此廣袤相乘爲法除之故得高也

草曰置粟一萬斛以粟斛積二尺七寸乘之得二萬七千尺爲實以廣三丈展爲三十尺袤四丈五尺展爲四十五尺相乘得一千三百五十尺爲法實如法而一得二十尺收爲二丈卽高也合問

今有圓囷圓囷廩也亦云圓囤也高一丈三尺三寸少半寸容米二千斛問周幾何

答曰五丈四尺於徽術當周五丈五尺二寸二十分寸之九　臣淳風等謹依密率爲周五丈五尺一百分尺之二十七

如圖甲庚為高　庚壬辛癸為周

術曰置米積尺此即猶圓堢壔之積以十二乘之令高而一所得開方除之即周於徽術當置米積尺以三百一十四乘之為實二十五乘囷高為法所得開方除之即周也此亦據見冪以求周失之於微少也晉武庫中有漢時王莽所作銅斛其篆書字題斛旁云律嘉量斛方一尺而圓其外庣旁九釐五毫冪一百六十二寸深一尺積一千六百二十五寸容十斗及斛底云律嘉量斗方尺而圓其外庣旁九釐五毫冪一尺六寸二分深一寸積一百六十二寸容一斗合龠皆有文字升居斗旁合龠在斛

耳上後有讚文與今律歷志同亦魏晉所常用今祖疏王莽銅斛文字尺寸分數然不盡得升合勺之文字按此術本周自相乘以高乘之十二而一得此積今還元置此積以十二乘之令高而一即復本周自乘之數凡物自乘開方除之復其本周自乘之數故開方除之即得也

臣淳風等謹依密率以八十八乘之爲實七乘因高爲法實如法而一開方除之即周也

潢按注此即猶圓垛壔之積即當作積晉武庫中以下一百三十一字疑是淳風引祖冲之語觀下有今祖疏云云可知凡物自乘開方除之復其本周自乘之數周自乘之四字衍少廣註可證

草曰置米二千斛以米斛積一尺六寸二分乘

之得三千二百四十尺以十二乘之得三萬八千八百八十尺又以高分母三乘之得一十一萬六千六百四十尺爲實次置高一丈三尺三寸少半寸展爲一十三尺三寸三分寸之一通分內子得四十尺爲法除實得二千九百一十六尺開方除之得五十四尺收爲五丈四尺卽周也合問

徽術草曰如前求到三千二百四十尺以三百一十四乘之得一百一萬七千三百六十尺又以三乘之得三百五萬二千八十尺爲實如前

求到四十尺以二十五乘之得一千尺爲法除
實得三千五十二尺零八寸開方除之得五十
五尺二寸四分五釐餘實六寸九十九分七十
五釐弃之其五十五尺二寸四分五釐收爲五
丈五尺二寸二十分寸之九即周也
密率草曰如前求到三千二百四十尺以八十
八乘之得二十八萬五千一百二十尺又三乘
之得八十五萬五千三百六十尺爲實如前求
到四十尺以七乘之得二百八十尺爲法除實
得三千五十四尺二百八十分尺之二百四十

子母各以四十約之爲七分尺之六通分內子得二萬一千三百八十四尺又以七乘之得一十四萬九千六百八十八尺爲定實開方除之得三百八十六尺八寸九分餘實四尺一十二寸七十九分棄之置三百八十六尺八寸九分以分母七除之得五十五尺二寸七分收爲五丈五尺一百分尺之二十七卽周也

九章算術細草圖說卷五　門下晚學生沈欽裴算校